

Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft

Internationale Zeitschrift für Modellierung und
Mathematisierung in den Humanwissenschaften
*Internacia Revuo por Modeligo kaj Matematikizo en
la Homsciencoj*

International Review for Modelling and Application
of Mathematics in Humanities

*Revue internationale pour l'application des modèles
et de la mathématique en sciences humaines*

Rivista internazionale per la modellizzazione ma-
tematica delle scienze umane



H U M A N K Y B E R N E T I K

Inhalt * Enhavo * Contents * Sommaire * Indice

Band 56 * Heft 4 * Dez. 2015

Stefan Höltgen

Spiele(n) mit Pfeilen. Computerspiele und Vektorgrafik

(Games with arrows. Computer games and vector graphics) 143

Zdeněk Půlpán

Glaubwürdigkeit und subjektive Wahrscheinlichkeit

(Veracity and subjective probability) 159

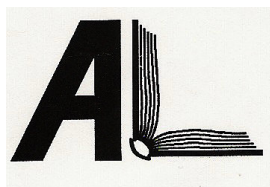
Ivan Eidt Colling

Kelkaj konsideroj pri logikeco, reguleco, simpleco en lingvoj. Dua parto: Ludwig
Wittgenstein (Some considerations on logicality, regularity, simplicity in languages. Part II.:

Ludwig Wittgenstein)..... 168

Mitteilungen*Sciigoj*News*Nouvelles*Comunicazioni..... 189

Offizielle Bekanntmachungen*Oficialaj Sciigoj..... 190



Akademia Libro servo

O.Univ.Prof.Dr.med. Bernhard MITTERAUER
Prof.Dr.habil. Horst VÖLZ
Prof.Dr.Manfred WETTLER

Institut für Kybernetik, Kleinenberger Weg 16 B, D-33100 Paderborn, Tel.:(0049-/0)5251-64200, Fax: -8771101
Email: vera.barandovska@uni-paderborn.de

Redaktionsstab Redakcia Stabo Editorial Staff Equipe rédactionnelle Segreteria di redazione

Dr. Věra BARANDOVSKÁ-FRANK, Paderborn (deĵoranta redaktorino) - Mag. YASHOVARDHAN, Menden (for articles from English speaking countries) - Prof.Dr. Robert VALLÉE, Paris (pour les articles venant des pays francophones) - Prof.Dott. Carlo MINNAJA, Padova (per gli articoli italiani) - Prof. Dr. In ĝ. LIU Haitao, Hangzhou (hejmpaĝo de grkg) - Bärbel EHMKE, Paderborn (Typographie)

**Verlag und
Anzeigen-
verwaltung**

**Eldonejo kaj
anonc-
administrejo**

**Publisher and
advertisement
administrator**

**Edition et
administration
des annonces**



Akademia Libroservo /
IfK GmbH – Berlin & Paderborn
Gesamtherstellung: **IfK GmbH**

Verlagsabteilung: Kleinenberger Weg 16 B, D-33100 Paderborn,
Telefon (0049-/0-)5251-64200 Telefax: -8771101
<http://lingviko.net/grkg/grkg.htm>

Die Zeitschrift erscheint vierteljährlich (März, Juni, September, Dezember). Redaktionsschluß: 1. des vorigen Monats. - Die Bezugsdauer verlängert sich jeweils um ein Jahr, wenn bis zum 1. Dezember keine Abbestellung vorliegt. - Die Zusendung von Manuskripten (gemäß den Richtlinien auf der dritten Umschlagseite) wird an die Schriftleitung erbeten, Bestellungen und Anzeigenaufträge an den Verlag. - Z. Zt. gültige Anzeigenpreisliste auf Anforderung.

La revuo aperadas kvaronjare (marte, junie, septembro, decembre). Redakcia limdato: la 1-a de la antaŭa monato. - La abondaŭro plilongiĝas je unu jaro se ne alvenas malmendo ĝis la unua de decembro. - Bv. sendi manuskriptojn (laŭ la direktivoj sur la tria kovrilpaĝo) al la redakcio, mendojn kaj anoncojn al la eldonejo. - Momente valida anoncprezlisto estas laŭpete sendota.

This journal appears quarterly (every March, Juni, September and December). Editorial deadline is the 1st of the previous month. - The subscription is extended automatically for another year unless cancelled by the 1st of December. - Please send your manuscripts (fulfilling the conditions set out on the third cover page) to the editorial board, subscription orders and advertisements to the publisher. - Current prices for advertisements at request.

La revue est trimestrielle (parution en mars, juin, septembre et décembre). Date limite de la rédaction: le 1er du mois précédent. L'abonnement se prolonge chaque fois d'un an quand une lettre d'annulation n'est pas arrivée le 1er décembre au plus tard. - Veuillez envoyer, s.v.p., vos manuscrits (suivant les indications de l'avant-dernière page) à l'adresse de la rédaction, les abonnements et les demandes d'annonces à celle de l'édition. - Le tarif des annonces en vigueur est envoyé à la demande.

Bezugspreis: Einzelheft 10,-- EUR; Jahresabonnement: 40,-- EUR plus Versandkosten.

© Institut für Kybernetik Berlin & Paderborn

Die in der Zeitschrift veröffentlichten Beiträge sind urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insb. das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieser Zeitschrift darf ohne vollständige Quellenangabe in irgendeiner Form reproduziert werden. Jede im Bereich eines gewerblichen Unternehmens hergestellte oder benutzte Kopie dient gewerblichen Zwecken gem. § 54(2) UrhG und verpflichtet zur Gebührenzahlung an die VG WORT, Abteilung Wissenschaft, Goethestr. 49, D-80336 München, von der die einzelnen Zahlungsmodalitäten zu erfragen sind.

Druck: d-Druck GmbH, Stargarder Str. 11, D-33098 Paderborn

Spiele(n) mit Pfeilen

Computerspiele und Vektorgrafik

von Stefan HÖLTGEN, Humboldt-Universität zu Berlin (D)

Computerspiele bekommen nicht nur in der zeitgenössischen Kultur immer größere Bedeutung. Auch in akademischen Diskursen werden sie zunehmend häufiger als Beispiele dafür genutzt, technische Innovationen zu markieren, Hardware- und Software-Geschichte zu skizzieren und komplexe Modelle und Theorien (von der Automatentheorie über die Künstliche Intelligenz bis hin zu Simulationen natürlicher und technischer Prozesse) zu verdeutlichen. Das Potenzial von Computerspielen liegt vor allem in ihrer „Diagrammatik“, das heißt, in der Ikonisierung realer Rechenoperationen und symbolischer Datenmengen. Computerspiele sind zudem interaktiv, das heißt, sie bieten die Möglichkeit, Prozesse nicht bloß darzustellen, sondern im wörtlichen Sinne »durchzuspielen«. Sowohl für die Ikonisierung als auch für die Interaktivität stellen Computerspiele besondere Ansprüche an Computerhardware und ihre Programmierung. Im folgenden Beitrag möchte ich zwei unterschiedliche Episteme, die grafischen Ausgaben von Computerspielen zugrunde liegen, vorstellen und sowohl in ihren Historien als auch ihren Anwendungen nachzeichnen. Die scheinbar verschwundene Vektorgrafik soll sich auf diese Weise als technomathematisches Phänomene zeigen, das gerade durch seine Verwendung in Computerspielen besondere Implementationsverfahren hervorgebracht hat und es heutigen Nutzern ermöglicht, viel über die latenten Funktionen innerhalb der Computerhardware und der Codes zu erfahren.

Denkt man an Vektorgrafik, so fallen einem vielleicht als erstes die Arcade-Spiele der späten 1970er- und frühen 1980er-Jahre ein. Aber ohne Vektorgrafik sähen auch heutige Computerspiele ganz anders aus. Das, was heute mit „Polygonen“ (jenen Basiselementen, aus Spielgrafiken aufgebaut sind) bezeichnen und deren Menge als Qualitätskriterium für Grafik angegeben wird, sind nichts anderes als Vektorobjekte. Je mehr von ihnen ein Computerspiel einsetzt, umso detaillierter ist seine Grafik. Überzogen mit grafischen Texturen residieren Vektorgrafiken (anders als in ihren Anfängen als sichtbare Drahtgitter) heute im Verborgenen, erscheinen bei all ihrer Kleinheit fast schon als Pixel. Und dennoch sind sie Statthalter einer anderen Mathematik und basieren nicht nur auf einer anderen Technologie, sondern auch auf einem anderen Epistem und einer eigenen Geschichte. Im Folgenden möchte ich diese Aspekte der Vektorgrafik skizzieren und ihre Verwendungsweisen vorstellen.

Zur Geschichte und Definition mathematischer Vektoren

Vektoren sind ein Phänomen der *analytischen Geometrie*. Ihr voraus ging die Algebraisierung der Mathematik, also die Idee, dass sich Berechnungen nicht nur mit Zahlen, sondern auch mit Buchstaben (algebraisch) durchführen lassen.

Mit der Entwicklung der Algebra im späten 16. Jahrhundert durch François Viète gelangte ein mächtiges Instrument in die Mathematik, mit welchem bis dahin verborgene Gesetzmäßigkeiten aufgezeigt werden konnten. Die Frage, ob die Algebra auch für andere Teilgebiete der Mathematik anwendbar sei, bewog Pierre de Fermat und René Descartes ein halbes Jahrhundert später dazu, algebraische Gleichungen als Punktmengen in Koordinatensysteme einzuzichnen. Jeder Wert einer Funktion bekam dabei eine Koordinate, womit es möglich wurde, Gleichungen wie etwa $ax+by+c=0$ als Geraden anzudeichnen und aus ihren geometrischen Eigenschaften und Verhältnissen zu anderen Graphen mathematische Schlüsse zu ziehen.

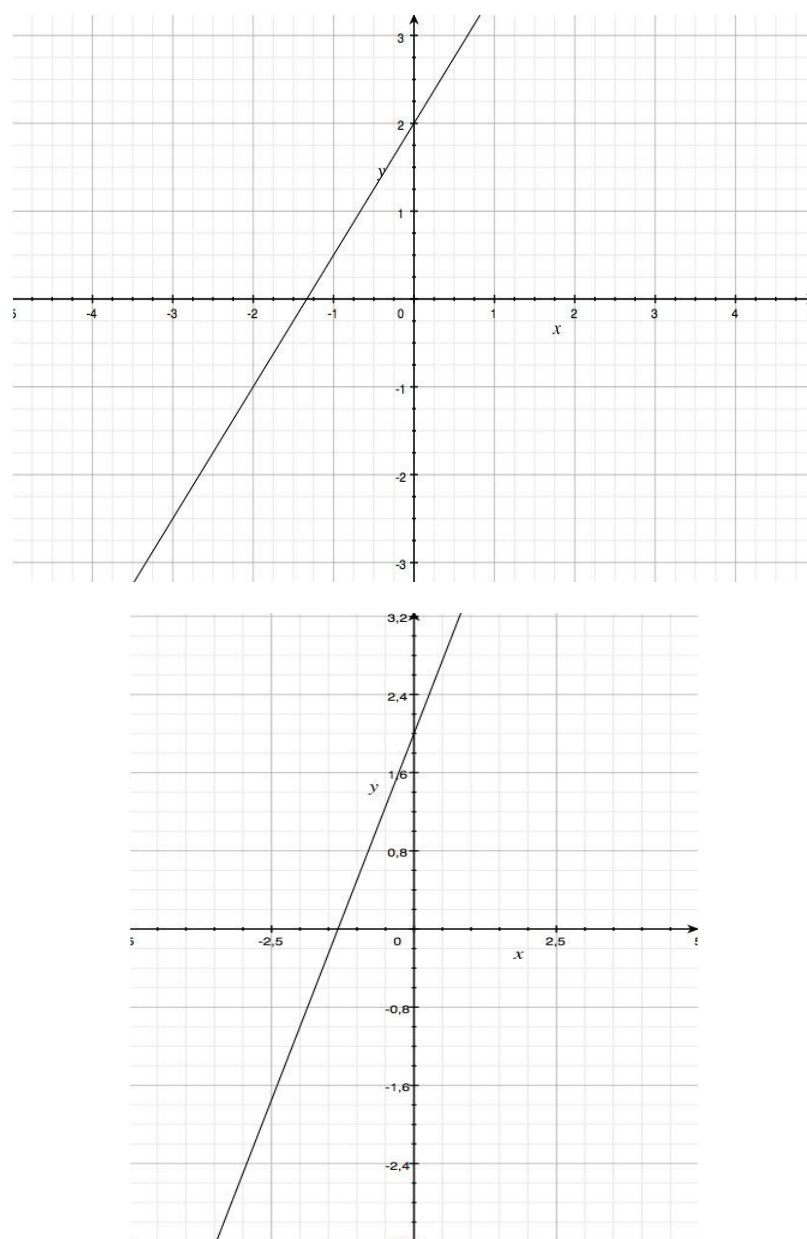


Abbildung 1: Eine Funktion in unterschiedlichen Koordinatensystemen

Allerdings waren solche geometrischen Figuren immer abhängig von der Skalierung des jeweiligen Koordinatensystems und bildeten andere Gleichungen, sobald das Bezugssystem geändert wurde; sie waren damit keine geometrischen Objekte im eigentlichen Sinn. Erst im späten 18. und frühen 19. Jahrhundert wurde dieses Manko behoben, als der Mathematiker August Ferdinand Moebius und der Mathematiker und Sprachwissenschaftler Hermann Graßmann begannen, *mit den geometrischen Objekten selbst zu rechnen*. Sie “emanzipierten” diese, indem sie sie *nicht mehr absolut* am Koordinatensystem, sondern *relativ* durch Verschiebungsklassen definierten: durch die so genannten *Vektoren*. Die daraus entstehende Vektorgeometrie ermöglichte es, Beziehungen zwischen Punkten und geometrischen Objekten zu untersuchen.

Die Axiome dazu lauten wie folgt:

1. Ein Punktepaaar (A;B) definiert einen Vektor \underline{AB}
2. Durch einen Vektor \underline{a} und einen Punkt A wird ein Punkt bestimmt: $\underline{a}=\underline{AB}$
3. Für beliebige Punkte A, B, C gilt $\underline{AB}+\underline{BC}=\underline{AC}$

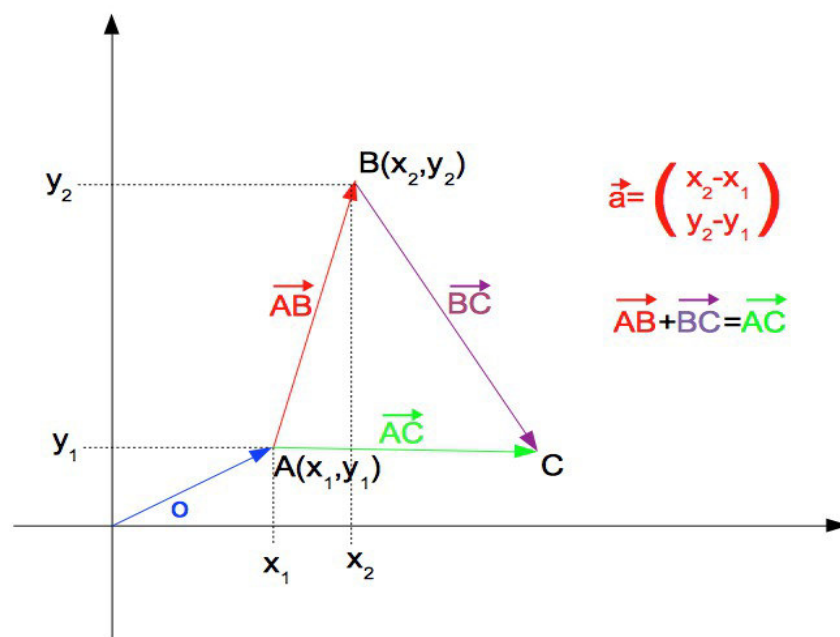


Abbildung 2: Die Axiome der Vektormathematik

Praktisch besteht eine Vektorgleichung \underline{x} aus einem Stützvektor (\underline{p}) und einem parametrisierten (t) Richtungsvektor (\underline{u}). Mit der Vektorgleichung $\underline{x}=\underline{p}+t\underline{u}$ lässt sich jeder Punkt im Vektorraum definieren. Für Vektoren gelten Rechenregeln: Sie lassen sich addieren, subtrahieren und multiplizieren; darüber hinaus gibt es spezifische Vektorrechenoperationen, wie das Kreuzprodukt oder die Skalierung. Vektoren lassen sich miteinander zum Schnitt bringen; zwei Vektoren können eine Vektorebene aufspannen, drei einen Vektorkörper. Die Dimensionen eines Vektorraums sind aller-

dings keineswegs auf die drei euklidischen beschränkt, sondern können beliebig groß oder klein sein.

Vektorgrafik im Computer

Um ein Grafikobjekt im Computerspeicher ablegen zu können, müssen seine einzelnen Punktkoordinaten abgespeichert werden. Je nach Detailgenauigkeit und Größe des Objektes können hierfür große Speichermengen anfallen. Bei geometrischen Figuren schafft die vektorielle Darstellung Abhilfe: Hier müssen nur die Koordinaten des Stützvektors, der Richtungsvektoren und der Parameter gespeichert werden, um das Objekt aus Linien von einem Punkt zu einem anderen Punkt zu definieren.

Die Speicherung von Vektoren unterscheidet sich zunächst nicht von der Darstellung einer Linie als algebraische Funktion ($0=ax+by+c$); ihre Vorzüge zeigen sich jedoch, wenn Objekte verändert werden sollen. Die Transformationen, die allein durch Manipulation der Ausgangswerte und durch die Anwendung von Vektorrechenregeln möglich sind, sind für den Computer äußerst schnell durchführbar und speichersparsam. So lässt sich zu einer gedachten Linie eine Parallele allein dadurch konstruieren, dass man die Punkte des Stützvektors mit einem Faktor multipliziert. Stellen wir uns nun vor, dass ein komplexeres Gebilde (ein so genanntes „Shape“¹), wie zum Beispiel ein Würfel im Vektorraum aus zwölf einzelnen zueinander relativen Geraden-Vektoren aufgebaut ist und wir die Parallelverschiebung auf diese Geradenvektoren anwenden, lässt sich auf diese Weise schnell und mit kleinem Rechenaufwand der ganze Würfel verschieben. Selbst die Vergrößerung oder Verkleinerung des Würfels wäre nach den Perspektivgesetzen über eine einfache Multiplikations- oder Divisionsroutine möglich. Die Bewegung eines Pixelobjektes würde demgegenüber das Verschieben einer großen (das Objekt einschließenden, meist rechteckigen) Punktemenge durch so genannten Clipping notwendig machen, weil das Pixelobjekt kein Graph ist, der arithmetischen Operationen unterworfen werden kann.

Geschichte und Technik der Vektorgrafikhardware

Der geringe Speicherbedarf und die schnelle Verarbeitung von Vektorobjekten haben die Vektormathematik insbesondere bei frühen Computeranwendungen auf Rechnern mit wenig Arbeitsspeicher und langsamen Rechenwerken zur Methode der Wahl für grafische Darstellungen gemacht. Forciert wurde dies dadurch, dass bereits zwei Ausgabemedien zur Verfügung standen, die schon zur Zeit der frühen Digitalcomputer als „Erbe“ des Analogcomputers existierten. Die Rede ist zum einen vom *X-Y-Schreiben* oder auch *Plotter*. Seine Ausgabetechnik basiert darauf, dass der Computer Signale ausgibt, die eine Auslenkung eines Zeichenstiftes über zwei Motoren in der X- und Y-Richtung bewirken. Je nachdem, ob beim Plotter der Stift dann gesenkt ist, hat diese Auslenkung einen grafischen Effekt, eine Zeichnung zur Folge.

¹Wlakowiak 1985, S. 148.

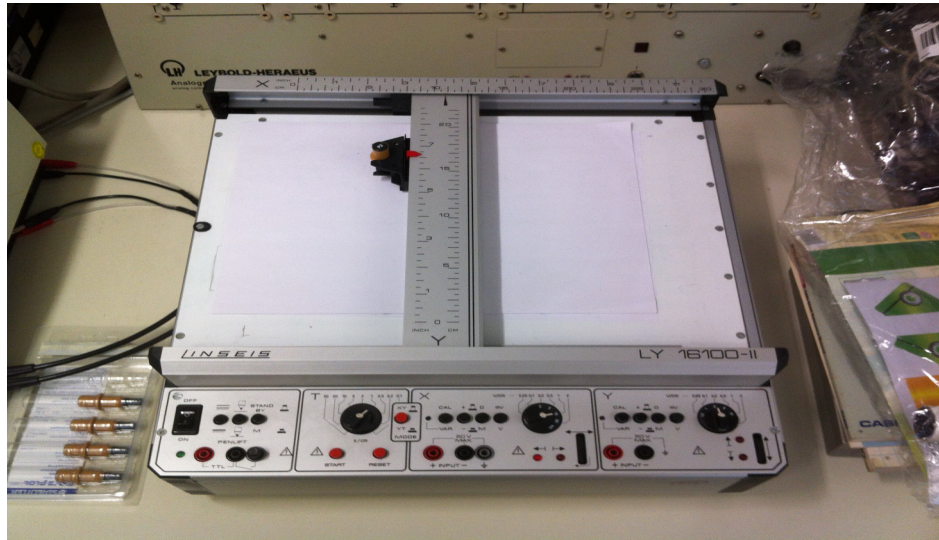


Abbildung 3: Ein XY-Schreiber

Für nicht-statische Computergrafik muss dieser Effekt jedoch ephemeral sein; das Bild muss verschwinden können, um möglichst zeitnah einem anderen Bild Platz zu machen. Hierfür hat sich mehr noch als der Plotter ein zweites Ausgabegerät “ins Spiel” gebracht: der *Random-Scan-Monitor*. Bei ihm wird nach demselben Prinzip wie beim Plotter ein Kathodenstrahl in X- und Y-Richtung ausgelenkt, der auf der phosphoreszierenden Bildschirminnenseite eine Leuchtspur hinterlässt. Je heller diese Leuchtspur sein muss, desto öfter fährt der Kathodenstrahl sie ab. Angesteuert wird der Kathodenstrahl von einem Vektor-Generator, der den Strahl immer wieder zwischen zwei Punkten hin und her fährt, so dass eine Linie entsteht.

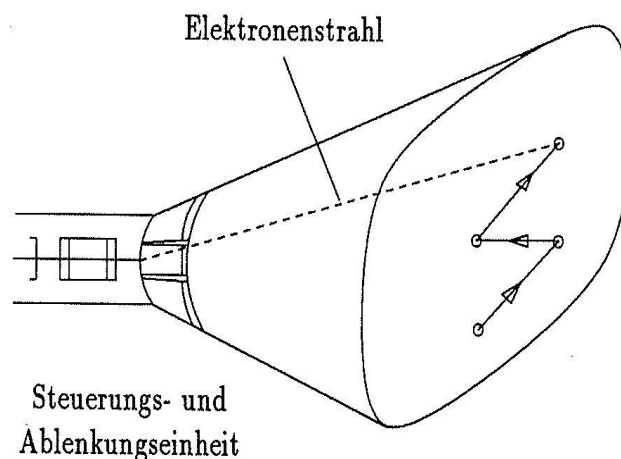


Abbildung 4: Funktionsprinzip eines Vektormonitors

Bei den Vorteilen dieser Technologie seien die Nachteile nicht verschwiegen: Bei vielen, komplexen und unzusammenhängenden Grafikobjekten kann es aufgrund der Tatsache, dass es nur einen Kathodenstrahl gibt, zu Flimmer-Effekten führen. Ebenso kann aus demselben Grund ein Vektormonitor nur Strichgrafiken abbilden. Gefüllte oder auch nur schraffierte Flächen würden eine starke Beanspruchung des

Kathodenstrahls erfordern und ebenso zum Flimmern führen. Für statische, materielle Bilder ist dies jedoch möglich: Ein Plotter kann, je nach Auflösungsvermögen seiner X-Y-Aussteuerungsmotoren, eine Farbfläche aus dicht nebeneinander gesetzten Strichen herstellen. Ebenso kann er die Stiftfarben wechseln und so mehrfarbige Grafiken produzieren.

Beide Ausgabemedien basieren auf derselben Technologie: Zwei spannungsmodulierte Signale werden für die Aussteuerung in X- und Y-Richtung genutzt. Zeitweise findet diese Modulation durch einen Digital-Analog-Wandler in den Geräten selbst statt, wenn der Computer nur digitale Signale gleicher Spannungsgröße ausgeben kann. Neuere Hacks benutzen deshalb manchmal Analogausgänge des Computers, die eigentlich für ganz andere Zwecke bestimmt sind – etwa die Audio-Buchsen, aus denen spannungsmodulierte Signale (die Amplitude wird über die Spannungsgröße modifiziert) als Auslenkungssignale für die Vektordarstellung genutzt werden, wobei die Stereo-Kanaltrennung praktischerweise gleich eine X- und Y-Signal-Separation erlaubt.²

Frühe Implementierungen von Vektortechnologien

Oszilloskope, die die ersten ephemeren Vektorgrafiken darstellen konnten, basieren auf der Erfindung der Kathodenstrahlröhre. Ab den 1930er-Jahren werden solche Röhren als Messröhren eingesetzt, bei denen die Kathodenstrahlen durch die verstärkten Messwerte ausgelenkt werden. Solche Messwerte waren zunächst *Radardaten* – die Herkunft des Oszilloskops aus der Radartechnologie zeigt sich bereits bei einem Blick auf die Bauform und Anzeigeästhetik beider Bildschirme.

Als Messinstrumente in Labors gelangen Oszilloskope regelmäßig ab den 1950er-Jahren zur Anwendung. Bis weit in die 1980er-Jahre hinein bleiben sie als analoge Geräte im Einsatz und wurden dann, im Zuge schneller werdender Mikroprozessoren, die für die Signalverarbeitung (Quantisierung der Messdaten) erforderlich sind, durch Digitaloszilloskope ersetzt, welche die Anzeigeeffekte der Analogoszilloskope simulieren. In Digitaloszilloskopen wird die Nachleuchtzeit, die bei Analoggeräten als Bildspeicherung sukzessive entwickelt wurde, durch RAM-Speicherung ersetzt.

Als Anzeigegerät für Digitalcomputer wird das Oszilloskop, beziehungsweise der Vektorbildschirm zuerst 1952 im AN/FSQ-7 eingesetzt.³ Hier sind es abermals Radardaten, die dargestellt werden, allerdings aufwändig durch Schrift und andere Informationen ergänzt werden. Um das Bild stabil zu halten, zugleich aber Bildänderungen schnell sichtbar zu machen, kann hier nicht mehr auf photo-physikalische Effekte zurückgegriffen werden; es muss in einer für das Auge angenehmen Frequenz „refresh“ werden. Da diese Frequenz beim AN/FSQ-7 noch sehr niedrig ist (6250 Punkte pro Sekunde⁴), wurde ein Kompromiss aus längerem

²<http://txt3.de/vektor1>

³Ulmann 2014, 56ff.

⁴Ulmann 2014, 56.

Nachleuchten und spezieller Beleuchtung des Bildschirm-Arbeitsplatzes eingestellt, um die Augen zu schonen.

Der AN/FSQ-7 nutzt den Vektorbildschirm im Prinzip bereits wie einen Pixelbildschirm, obwohl letzterer tatsächlich aus der Speicher- und nicht der Anzeigetechnologie hervorgeht. (Die so genannte Williams-Tube, bei der Speicherinhalte als Lichtpunkte erhalten wurden, hat drei Jahre zuvor im EDSAC Anwendung gefunden.) Für die Anzeige von Symbolen wurden hierfür spezielle Masken angefertigt.



Abbildung 5: Der Vektormonitor des SAGE-Systems (ca. 1953)

Auch andere Digitalcomputer haben Vektorbildschirme zur Ausgabe genutzt, obwohl die primäre Ausgabe von Daten bis in die 1970er-Jahre hinein der Papierausdruck geblieben ist. Wichtig wurde die bildschirmgrafische Ausgabe dort, wo mit Grafik interaktiv gearbeitet wurde. Dies geschah bereits beim Whirlwind mit einer Light-Gun und hat sich in CAD-Systemen seit dem berühmten Sketchpad-Program von 1963, realisiert auf dem Lincoln TX-2, fortgesetzt.

Vektorspiele

Ein wichtiges Einsatzgebiet von Vektorbildschirmen waren Computerspiele. Man könnte sogar sagen, dass das elektronische Spiel auf Vektorbildschirmen das Licht der Welt erblickt und für lange Zeit als einziges darauf nachgeleuchtet hat. Den Beginn macht dabei das wahrscheinlich niemals implementierte, jedoch zum Patent

angemeldete Spiel „Cathode Ray Tube Amusement Device“ von 1947, bei dem der Spieler den Kathodenstrahl einer Röhre selbst auslenken musste, um damit Licht-Objekte zu taxieren. William Higinbothams „Tennis for Two“, realisiert 1954 auf einem Analogcomputer von Systron-Donner, nutzt ebenfalls ein Oszilloskop zur Anzeige des Tennisspiels. Auch für Digitalcomputer mit Vektorbildschirm sind schon sehr früh Spiele entstanden, etwa das 1962 am MIT auf der PDP-1 programmierte „Spacewar!“. Dies und „Tennis for Two“ gelten heute als die Initialereignisse der Computerspielgeschichte, obwohl beide – nicht zuletzt wegen ihrer Vektormonitor-Grafik – eine andere Techno-Mathematik als heutige Computerspiele repräsentieren.

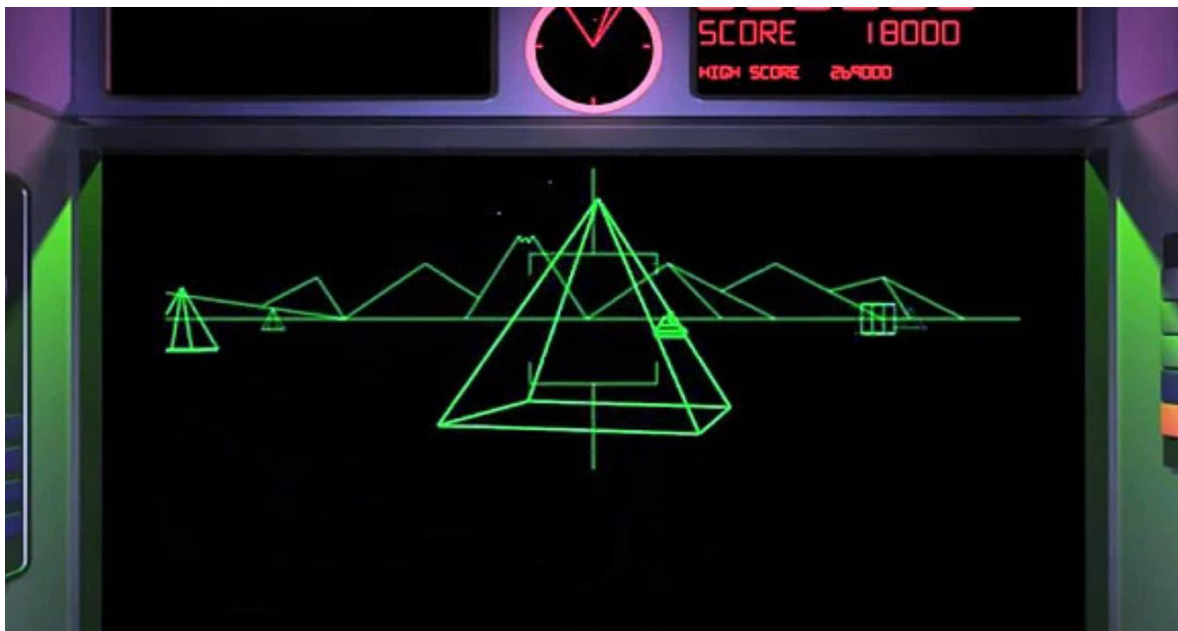


Abbildung 6: Das Vektorspiel »Battlezone« (1980)

Es gab jedoch auch später einen kurzen Zeitraum, in dem Vektormonitore für Computerspiele relevant gewesen sind. In den späten 1970er-Jahren begann die Firma Atari Arcade-Automaten-Spiele für Vektormonitore zu entwickeln. Titel wie „Asteroids“, „Tempest“, „Battlezone“, „Lunar Lander“ und „Scramble“ stellen nur die bekanntesten der etwa drei Dutzend Vektorautomatenspiele dar. Das futuristische Appeal dieser Spiele basiert insbesondere auf der besonderen Grafik, den gestochen scharfen Linienzügen der Vektormonitore. Der Tatsache, dass Vektormonitore bloß einfarbige Linien darstellen konnten, begegneten die Hersteller, indem sie farbige Folien über die Mattscheiben legten. Später wurden dann – bei Spielen wie „Star Wars“ und „Tempest“ – auch mehrstrahlige Vektormonitore mit Farbdarstellung eingesetzt.



Abbildung 7: Die Vektor-Spielkonsole »Vectrex« (1982)

Die Vectrex von MB erschien 1982 und stellte in jeder Hinsicht eine Ausnahme auf dem Heimkonsolenmarkt dar. Auffällig war, dass sie mit einem hochkant stehenden, eingebauten Monitor vertrieben wurde – und das nicht ohne Grund: Man konnte die Vectrex nämlich nicht wie andere Konsolen am heimischen Fernsehgerät anschließen, denn sie produzierte Vektorgrafik, die auf dem eingebauten Vektormonitor ausgegeben wurde. Wie ihre Vorbilder aus den Arcades bekam die Spielgrafik mit Overlay-Folien Farbe und teilweise zusätzliche grafische Elemente.

Die Vektorspielautomaten erschienen zu einer Zeit, in der der Mikroprozessor gerade erst Einzug in die Spielhallen-Elektronik hielt. Einige der Spiele, wie etwa „Asteroids“ von 1979 waren in TTL-Bauweise konstruiert; jüngere Spiele, wie „Star Wars: The Empire Strikes Back“ von 1985 besaßen hingegen bereits 8-Bit-Mikroprozessoren. Das galt natürlich auch für die Vectrex, die wie das „Star Wars“-Spiel auf einem Motorola 6809 basiert und zusätzlich über Speicher, I/O-Bausteine und Schnittstellen verfügt. Denn nur aufgrund ihrer Mikrocomputer-Architektur war es möglich, mehrere Spiele (die auf ROM-Modulen angeboten wurden) auf der Vectrex zu spielen.

Ein nicht unwesentlicher Faktor dabei war, dass der 6809 als einziger 8-Bit-Mikroprozessor über einen vorzeichenlosen 8-Bit-Multiplikationsbefehl verfügte (ein Feature, das erst bei 16-Bit-Prozessoren in den Standardbefehlssatz integriert wurde und bis dahin über vergleichsweise langsame und große arithmetische Algorithmen gelöst

werden musste.⁵⁾ Dieser Befehl fand in der Vectrex Einsatz in Zusammenhang mit Vektoroperationen, die zwar selbst nicht in den Prozessor-Befehlssätzen vorhanden waren, aber über einen Spezialbaustein integriert wurden.

Digital Vector Generator

Für das 1979 veröffentlichte Spiel „Asteroids“ hatte die Firma Atari eigens solch einen Chip konstruiert, der zusätzliche Befehle für Vektoroperationen zur Verfügung stellt. Dieser „Digital Vector Generator“ (DVG) bildet die Schnittstelle zwischen dem Digitalcomputer und dem Vektorbildschirm. Hierzu muss dem DVG das darzustellende Bild „in Form einer einfachen Beschreibungssprache vor[liegen], die er interpretiert, und dann entsprechende Signale für die Steuerung des Strahls im Monitor erzeugt.“⁶ Neben einem RAM-Speicher für das zu übertragende Bild enthält, besitzt der „Asteroids“-DVG zusätzlich ein ROM Daten für die grafischen Standardelementen (Asteroiden, Raumschiff, ...) des Spiels.

Die Sprache des DVG⁷ enthält Befehle für verschiedene Grafikoperationen. Diese Befehle werden als 4 Bit breite Opcodes von der CPU an den DVG gesendet, der sie für interne Programmablaufoperationen und zur Steuerung des Kathodenstrahls einsetzt:

Opcode	Mnemonic	Bedeutung
\$0-\$9	LVEC	Langen Vektor zeichnen (relativ)
\$F	SVEC	Kurzen Vektor zeichnen (relativ)
\$A	LABS	Absolut positionieren
\$B	HALT	DVG anhalten
\$C	JSRL	Unterprogramm aufrufen
\$D	RTSL	Aus dem Unterprogramm zurückkehren
\$E	JMPL	An Adresse springen

Abbildung 8: Der Befehlsvorrat des DVG im »Asteroids«-Automaten (1979)

In der Vectrex existiert ein solcher DVG-Chip nicht als integriertes Bauteil. Dort wurde auf eine analoge Schaltung zur Generierung der Ausgangssignale gesetzt. Die Grafik-Signale gelangen von der 6809-CPU über den I/O-Baustein (VIA) zu einem Digital-

⁵Der MUL-Befehl im 6809 benötigt 11 (vgl. Leventhal 1981, 22-51), eine gleichwertige Multiplikationsroutine für den Z80 zwischen 128 und 138 (Zaks 1985, 121) Prozessor-Takte.

⁶Kehrer 2014, S. 231.

⁷<http://txt3.de/vektor2>

Analog-Wandler, der den Vektor-Generator (bestehend aus je einem Integrierer-Verstärkerschaltkreis für die X- und die Y-Auslenkung) treibt.

Auch die Vectrex stellt für den Programmierer spezifische Funktionen zur Generierung und Modifikation von Vektorgrafiken zur Verfügung. Diese sind in einem 4 Kilobyte großen ROM-BIOS untergebracht.⁸ Dabei handelt es sich um fertige, kompakte Routinen zur Darstellung von Punkten, Linien, Polygonen, Text, Regelung der Helligkeit der Darstellung, Animation von Grafiken, Kollisionsroutinen und vieles mehr. Diese Routinen erlauben es dem Programmierer sehr komfortabel Vektorgrafiken zu erstellen und zu manipulieren; allein das *bare metal coding* ermöglicht jedoch ein tieferes Verständnis der Vektorprogrammierung mit der Vectrex.

Digitale Vektorgrafik auf Rasterbildschirmen

Heute sind Vektormonitore kaum noch in Gebrauch; zum einen, weil die Kathodenstrahlröhre nicht mehr das Medium der Wahl für Datenprojektionen ist, zum anderen, weil die Geschwindigkeits- und Auflösungsvorteile analoger Vektorgrafik angesichts steigender CPU-Geschwindigkeiten und Bildschirmauflösungen kein Vorteil mehr gegenüber der Pixelgrafik darstellen. Überdies ist der Nachteil analoger Vektorgrafik, dass mit ihr ja lediglich Gitter-Zeichnungen generiert werden können. Dies ist bei den meisten heutigen Anwendungen nicht mehr tolerierbar. Farbige Flächen und Texturen werden für realistische 3D-Grafiken benötigt.

Doch auch, wenn die Rechengeschwindigkeiten anwachsen und die Bildauflösungen so groß geworden sind, dass Aliasing-Effekte mittlerweile der Vergangenheit angehören, existiert Vektorgrafik immer noch und ist sogar mittlerweile zur vorrangigen Darstellungsform geworden, wenn es um dreidimensionale und insbesondere animierte Computergrafiken geht. Sie ist allerdings von der Bildfläche verschwunden und als digitale Polygon-Grafik in die Mathematik der Grafikprogrammierung eingegangen.

Erste Anwendungsfälle für digitale Vektorgrafik auf Rasterbildschirmen waren abermals Computerspiele. Mit dem Erscheinen der Heimcomputer und der für diese sukzessive steigenden Softwarenachfrage, kam schnell die Portierung von Arcade-Spielen in den Fokus. Neben den Rastergrafik-Titeln sollten auch die Vektorspiele auf heimischen Fernsehern zu spielen sein. Dazu mussten die genuinen analogelektronischen Funktionen zur Erzeugung von Vektorgrafik technisch wie programmiererisch „gerastert“ werden. Dies geschah vor allem über den Umweg der *Nachprogrammierung*.

⁸<http://txt3.de/vektor3>

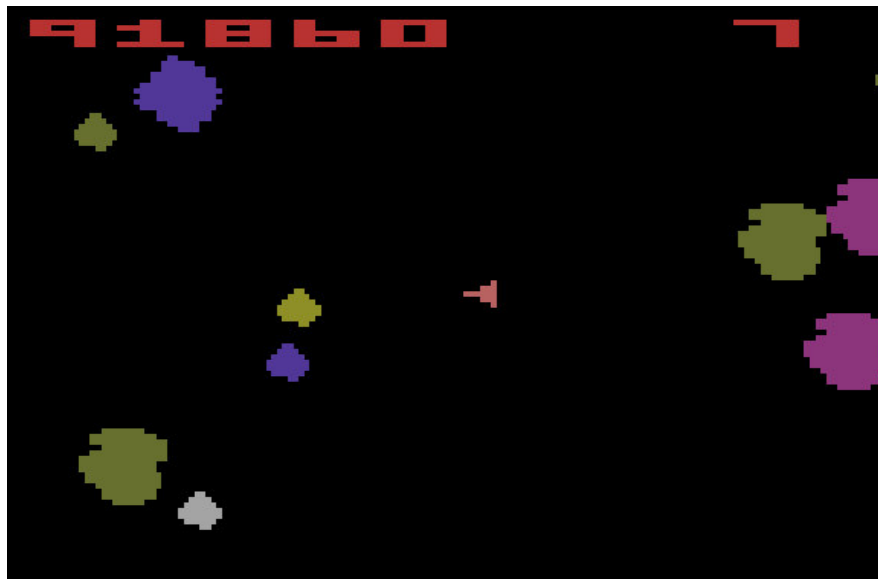


Abbildung 9 und 10: Die Nachprogrammierten Vektorspiele »Asteroids« (links) und »Star Wars« (rechts) auf Homecomputern.

Die mathematischen Berechnungen „unterhalb“ der Vektorgrafik wurde ja bereits zuvor von digitalen Schaltkreisen und Prozessoren durchgeführt. Also war es nur noch nötig Funktionen zu entwickeln, die diese Vektoren als Punktelinien für die grafische Ausgabe auf Rasterbildschirmen visualisierten. Ein frühes Verfahren hierfür ist der 1963 bei IBM entwickelte *Midpoint Line Algorithmus*, die sogenannte „Bresenham-Funktion“:

„Die Scanline verläuft von links nach rechts und baut das Bild von oben nach unten auf. Die Idee besteht darin, einen Algorithmus zu entwickeln, der das Raster des Bildschirms und die Technik des Bildaufbaus ausnutzt. Der *Midpoint Line Algorithmus* wird häufig auch als *Bresenham Algorithmus* bezeichnet, da sich das von Van Aken (1985) entwickelte Verfahren auf seine Formulierung von

1962 zurückführen lässt.“⁹ (Ein Beispiel lässt sich hier nachvollziehen: <http://txt3.de/vektor7>)

In der Programmiersprache BASIC stellt sich dieser Algorithmus¹⁰ wie folgt dar:

```

REM Bresenham-Algorithmus für einen Achtelkreis in Pseudo-Basic
REM gegeben seien r, xmittel, ymittel
REM Initialisierungen für den ersten Oktanten
x = r
y = 0
fehler = r
REM "schnelle" Richtung ist hier y!
SETPIXEL xmittel + x, ymittel + y
REM Pixelschleife: immer ein Schritt in schnelle Richtung, hin und wieder
auch einer in langsame
WHILE y < x
  REM Schritt in schnelle Richtung
  dy = y*2+1 : REM bei Assembler-Implementierung *2 per Shift
  y = y+1
  fehler = fehler-dy
  IF fehler<0 THEN
    REM Schritt in langsame Richtung (hier negative x-Richtung)
    dx = 1-x*2 : REM bei Assembler-Implementierung *2 per Shift
    x = x-1
    fehler = fehler-dx
  END IF
  SETPIXEL xmittel+x, ymittel+y
  REM Wenn es um einen Bildschirm und nicht mechanisches Plotten geht,
  REM kann man die anderen Oktanten hier gleich mit abdecken:
  REM SETPIXEL xmittel-x, ymittel+y
  REM SETPIXEL xmittel-x, ymittel-y
  REM SETPIXEL xmittel+x, ymittel-y
  REM SETPIXEL xmittel+y, ymittel+x
  REM SETPIXEL xmittel-y, ymittel+x
  REM SETPIXEL xmittel-y, ymittel-x
  REM SETPIXEL xmittel+y, ymittel-x
WEND

```

Mit der Bresenham-Funktion lassen sich Linienobjekte und leicht modifiziert sogar Kurven und Kreise rastern. Der Vorteil des Algorithmus liegt darin, dass er lediglich auf Additionen basiert und damit leicht auf Maschinenebene implementierbar ist. Der bei

⁹<http://txt3.de/vektor4> (S. 42f.)

¹⁰<http://txt3.de/vektor5>

seiner Anwendung in niedrigen Grafikauflösungen entstehende „Treppcheneffekt“ macht die Rasterung sichtbar; er wurde dadurch kaschiert, dass man Punkte um die Kanten gelegt hat, deren Farbwerte zwischen der Linien- und der Hintergrundgrafik liegt. Die Wirkung dieses als *Antialiasing* bezeichnete Verfahren basiert auf der Auflösungsschwäche des menschlichen Sehvermögens.

Simulation analoger Vektorgrafiken

Wie der Algorithmus und die aus ihm resultierende Grafik schnell zeigen, kann die Rastergrafik eines Vektors allenfalls als Annäherung an ihr analoges Pendant gesehen werden. Dies liegt nur zum Teil daran, dass das Bildschirmraster (z. B. bei PAL-Fernsehern mit 625 Zeilen) eine weichere Linienzeichnung nicht zulässt. Bedeutsamer ist, dass der Bresenham-Algorithmus nur Näherungen an die Ausgangsfunktion zur Verfügung stellt, deren Punkte zwangsläufig immer „ein wenig daneben“ liegen. Eine mathematische Annäherung auf der Oberfläche kann also allenfalls eine Effekt-Reproduktion von analoger Vektorgrafik sein.

Einen alternativen Ansatz stellt der Versuch dar, das Verhalten analoger Schaltkreise per Software nachzubilden. Norbert Kehrer hat dies 2013 für den DVG im Spiel „Asteroids“ für verschiedene 8-Bit-Plattformen durchgeführt. Grundlage war die Tatsache, dass die ursprünglichen Heimcomputer-Portierungen des Spiels allesamt auf Näherungen (wie oben beschrieben) basierten, was es zwar ermöglichte, flächige Spielgrafik zu generieren, jedoch auf einem ganz neuen, vom Original grundverschiedenen Code basierte. Eine angemessene Adaption, so Kehrer, müsste allerdings auf dem Original-Sourcecode und auf dem Verhalten des Vektor-Generators basieren.



Abbildung 11: Die Neu-Adaption von »Asteroids« mit simuliertem DVG (2012)

Seine Adaptionen von „Asteroids“ enthalten daher im Kern eine DVG-Emulation, die die Daten des Original-Sourcecodes zunächst in Daten für Vektormonitore umwandelt. Diese werden erst danach algorithmisch gerastert und an den Grafik-Chip des jeweiligen Systems geleitet. Auf diese Weise entsteht die Heimcomputer-Variante eines Vektorspiels, die erst im letzten Softwareschritt Zugeständnisse an die Plattform macht.

Die vektorielle Erschütterung der Pixel

Hinter Kehrers Simulation eines integrierten Bausteins zeigt sich das diffizile Spannungsverhältnis zwischen analoger und digitaler Elektronik und der Frage, ob und wie das eine in das andere überführbar ist und an welcher Stelle dabei „Abstriche“ gemacht werden müssen. Von der mathematischen Unterseite aus betrachtet, gibt es keinen Unterschied zwischen Original und Nachbildung: Beide basieren auf den Axiomen der analytischen Geometrie. Erst dort, wo diese Mathematik in konkrete Algorithmen übersetzt wird und wo aus diesen Algorithmen Steuersignale für materielle Medien generiert werden, eröffnet sich das genannte Spannungsfeld, das nicht zuletzt ein epistemologisches ist.

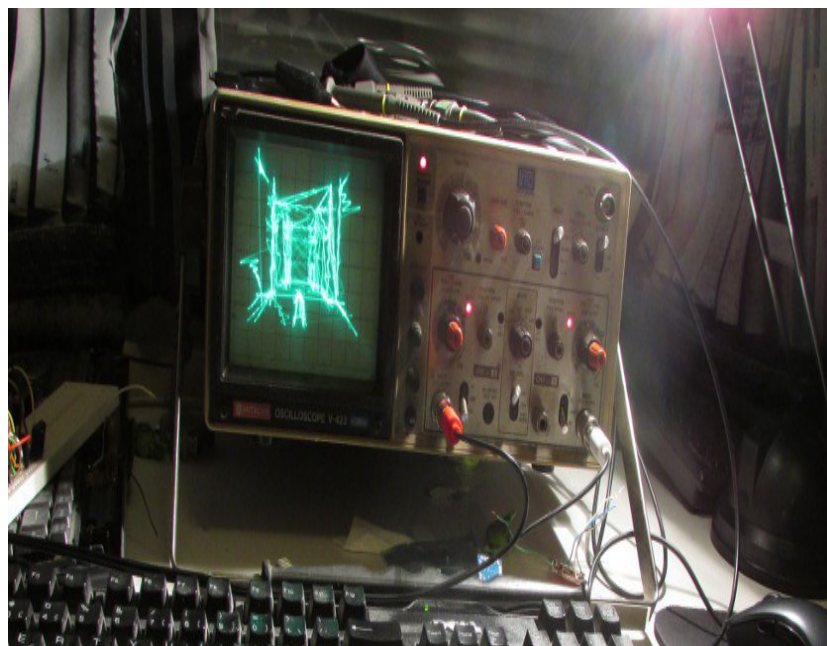


Abbildung 12: Das Pixel-Spiel »Quake« als Vektor-Grafik auf einem Oszilloskop ausgegeben (2014)

In rein spielerischer Absicht werden auch in jüngerer Zeit und in der entgegengesetzten Richtung Versuche unternommen, digitale Spiele und analoge Grafik zu verkreuzen. Ende Dezember 2014 hat ein Video des finnischen Hobbyisten Pekka Väänänen das Interesse vieler Retroenthusiasten geweckt: Auf einem einstrahligen Oszilloskop hat er das Computerspiel „Quake“, das eigentlich für die Ausgabe auf Rasterbildschirmen erstellt wurde, zum Laufen gebracht.¹¹ Auf seiner Internetseite beschreibt er, welche

¹¹<http://txt3.de/vektor6>

Schritte dazu nötig waren. Workarounds zur Verwendung von Vektorausgabe-Geräten an Digitalcomputern (von Oszilloskopen über Plotter bis hin zu Laserprojektoren) existieren bereits seit längerem. Zumeist wird dazu die Soundkarte genutzt, deren Verstärker wie beschrieben für die X- und Y-Auslenkung „missbraucht“ werden, damit man zu sehen bekommt, was man sonst hören würde.

In Projekten, wie denen von Kehrer und Väänänen rufen sich beide historischen und technomathematischen Sphären gegenseitig auf und zeigen dabei einmal mehr das archäologische Potenzial des Retrocomputing. Durch einfache Programmier- und Experimentieranordnungen lassen sich von Hobbyisten erstaunliche Erkenntnisse produzieren. Dies muss jedoch auf spielerischem und operativem Weg geschehen, weswegen ich nun viel Experimentierfreude wünsche.

Schrifttum

Laventhal, Lance (1981): *6809 Assembly Language Programming*. Osborne/McGraw-Hill

Kehrer, Norbert (2014): Asteroids auf 8-Bit-Heimcomputern. Portierung des Spielautomatenklassikers. In: Stefan Höltgen (Hg.): *Shift – Restore – Escape. Retrocomputing und Computerarchäologie*. Winnenden: CSW 2014, S. 229-242

Ulmann, Bernd (2014): *AN/FSQ-7: The Computer That Shaped The Cold War*. München: DeGruyter/Oldenbourg

Walkowiak, Jörg (1985): *CPC 464 Graphik & Sound*. Düsseldorf: Data Becker

Zaks, Rodnay (1980): *Programmierung des Z80*. Düsseldorf u.a.: Sybex

Eingegangen 2015-08-21

Anschrift des Verfassers: Dr. Stefan Höltgen, Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Musikwissenschaft und Medienwissenschaft, Georgenstraße 47, D-10117 Berlin
E-Mail: stefan.hoeltgen@hu-berlin.de Web: <http://u.hu-berlin.de/hoeltgen>

Games with Arrows. Computer games and vector graphics (Summary)

Vector computer graphics seem to be a relict from the „middle ages“ of the computer history. But they are more actual than any other form of graphical representation. Today polygon objects (that consists of vectors) shrunk do to pixel sizes and seem to blur the difference between pixel graphics and vector graphics. But there is a mathematical, technical, and epistemological distinction between both that has to be remembered when users are confronted to the graphic displays of their home computers. The paper shows the historical roots of analytical geometry, its distinct mathematical possibilities, and its entrance in the computer technology - with an outlook of the new possibilities vector graphics give to computerized visualization.

Glaubwürdigkeit und subjektive Wahrscheinlichkeit

von Zdeněk PŮLPÁN, Hradec Králové (CZ)

Einführung

Wenn wir einen Gegenstand erforschen, erhalten wir die ersten relevanten Informationen entweder durch direkte *Beobachtung* oder indirekt, z.B. durch *Mitteilung* oder mit Hilfe des Studiums anderer Gegenstände. Dann kommen weitere Gedankenprozesse in Frage, wie z.B. *Induktion*. Ihr Zweck ist es, eine *Information* über das erforschte Objekt aufgrund der höheren Gedankenverfahren, wie etwa Vorstellungen, zu erhalten. Diese können sich dann in eine Abstraktion, eine Assoziation, ein Vergleich, eine Klassifikation, eine Analogie u.ä. weiterentwickeln. Falls die auf diese oder ähnliche Weise erhaltenen Informationen (Erfahrungen und Ergebnisse von Gedankenoperationen) mitteilbar sind, werden sie zur *Erkenntnis*.

Das universale Mittel zum Denken und Mitteilen ist die *natürliche Sprache*. Das einfachste Sprachelement, das man bezüglich auf seine Richtigkeit in Erwägung ziehen kann, ist die elementare *Aussage*. Diese wird normalerweise als Aussagesatz formuliert. Aussagen können mit Hilfe von verschiedenen sprachlichen Konjunktionen (Funktoren) in komplizierteren Einheiten verbunden werden. Ihre Wahrscheinlichkeit wird dann durch logische Wahrscheinlichkeitsverfahren von Wahrscheinlichkeiten der Elementarteilen abgeleitet. Wie erfahren wir aber die Wahrscheinlichkeit von Elementaraussagen? Wir gehen von der Voraussetzung aus, dass die Aussagen gewisse Erkenntnisse erhalten und dass in der gegebenen Situation der Sinn und die Bedeutung des zu erforschenden Gegenstandes die wichtigste Rolle spielen. Dann ist es naturgemäß, dass das Richtigkeitskriterium von unserer (nicht nur empirischen, sondern auch theoretischen) Erfahrung abgeleitet wird. Falls der Sinn und die Bedeutung der Aussage unserer Erfahrung entsprechen, wird diese Aussage als wahr, im anderen Fall als falsch eingeschätzt. Im Sinne eines induktiven Überlegens und eines pragmatischen Zugangs ist *wahr, was der Erfahrung entspricht*.

Die Richtigkeit als ein gewisses Maß der Erfahrungszustimmung kann nur in zwei Basiskategorien angebracht werden: wenn die Aussage einer Erfahrung entspricht, ist sie wahr, andernfalls ist sie falsch. Die Erfahrungszustimmung kann aber nicht nur vollständig, sondern auch partiell sein; es ist manchmal kompliziert und nicht eindeutig identifizierbar, welche Erfahrungsattribute hauptsächlich und welche nebensächlich sind. Es kann Sätze geben, die formell eine klare Aussageform besitzen, trotzdem sind wir nicht im Stande, aufgrund unserer Erfahrung über das Maß ihrer Richtigkeit zu entscheiden. (Die klassische Logik sieht als Aussage auch solche Sätze, über deren Richtigkeit man prinzipiell – auch irgendwann in der Zukunft – entscheiden kann.)

Manchmal ist es naturgemäß, eine dreiwertige Logik mit Interpretationen von Richtigkeit auf den Ebenen *wahr*, *falsch*, *unentschieden* zu benutzen. Das Problem, das Maß der Richtigkeit zu suchen und zu finden, ist noch komplizierter.

In den exakten Wissenschaften dürfen wir oft die Erfahrungszustimmung nicht als absolut, vollständig und mit allen Merkmalen versehen verstehen; wir müssen auch nur ein Teil davon als richtig akzeptieren. Es wird dann empfohlen, die abstrakt verstandene Erfahrungszustimmung im Intervall $\langle 0; 1 \rangle$ zu messen: von „absoluter Zustimmung“ bis „absoluter Nichtzustimmung“. Dann spricht man nicht mehr von einer Richtigkeit, sondern von einer subjektiven oder objektiven *Wahrscheinlichkeit* oder *Glaubwürdigkeit*. Falls wir zur Bewertung der Richtigkeit eine Zustimmungsfrequenz bestimmter Werte der beobachteten Merkmale verwenden, handelt es sich um das Wahrscheinlichkeits-Herantreten; falls wir uns aufgrund der Erfahrungen für Fachsubjekte (Experten) entscheiden, geht es um die Glaubwürdigkeit. Alle beide können im Intervall $\langle 0; 1 \rangle$ gemessen werden.

Im Sinne der klassischen Logik gibt es natürlich, in Einzelfällen, Unterschiede in den Regeln für Ableitung von Richtigkeit (truth), Wahrscheinlichkeit (probability function) und Glaubwürdigkeit (membership function) von komplizierten Aussagen, wie die Tabelle 1 zeigt. Die Berechnungen von Glaubwürdigkeiten dürfen sogar andere als die in der Tabelle gezeigten sein – wir benutzen hier die Originalberechnungen von Zadeh.

Aussagen	Operationen	(logische) Richtigkeit	Wahrscheinlichkeit	Glaubwürdigkeit
A	–	$a \in \{0; 1\}$	$p_A \in \langle 0; 1 \rangle$	$\mu_A \in \langle 0; 1 \rangle$
A	$\neg A$	$1 - a$	$1 - p_A$	$1 - \mu_A$
A, B	$A \vee B$	$\max(a, b)$	$p_A + p_B - p_{A \wedge B}$	$\max(\mu_A, \mu_B)$
	$A \wedge B$	$\min(a, b)$	$p_A \cdot p_{B/A}$ $p_{B/A} = \frac{p_{A \wedge B}}{p_A}$	$\min(\mu_A, \mu_B)$

Tabelle 1

Wir können eine Aussage auch im Sinne der zweiwertigen Logik mit Hilfe der Wahrscheinlichkeit bewerten: den Wahrscheinlichkeitswert 1 hat z.B. die Aussage $A \rightarrow B$, wenn $P(A) = 0$ oder im Falle von $P(A) > 0$ für die bedingte Wahrscheinlichkeit $p(B|A) = 1$ gilt, sonst hat die Aussage den Wahrscheinlichkeitswert 0. Im Falle der mehrwertigen Logik kann man den Wahrscheinlichkeitswert einer Aussage so bestimmen, dass unter der Bedingung $P(A) > 0$ die Aussage den Wahrscheinlichkeitswert $P(B|A)$ hat, und unter der Bedingung $P(A) = 0$ den Wahrscheinlichkeitswert 1.

Des Weiteren zeigen wir, wie die Schätzungsmethoden der Glaubwürdigkeit und subjektiver Wahrscheinlichkeit von Aussagen ausgearbeitet werden und welchen Zusammenhang sie haben. Alle beide sind induktive Prozesse zur Aussagenbewertung. Als klassisch gilt hier der Fall von zweiwertiger Logik und als nichtklassisch der von mehrwertiger Logik.

Glaubwürdigkeit

Zur strikten Entscheidung zwischen Richtigkeit und Falschheit der Aussagen aufgrund der Erfahrung kommen wir meistens nach längerer Forschung. Zuerst kommt nur die Schätzung der Wort-Aussage ohne Anspruch auf quantitative (oder kategorische) Angabe. In diesem Zusammenhang spricht man auch von *Zuverlässigkeit*, deren Schätzung von einem gewissen Subjekt (Experten) stammt, im Gegensatz zur logischen Richtigkeit, Wahrscheinlichkeit und Glaubwürdigkeit, die mehr auf objektive Weise gegeben werden. Das Hauptprinzip der induktiven Denkweise ist, dass jede *neue Beobachtung, die nicht im Widerspruch zur Theorie steht, die Zuverlässigkeit dieser Theorie erhöht*. Für eine objektive Schätzung der Zuverlässigkeit fehlen uns normalerweise die nötigen Mittel. Trotzdem nehmen wir an, dass die Zuverlässigkeit theoretisch messbar ist, und zwar auf einer kontinuierlichen Skala im Intervall $\langle 0; 1 \rangle$, auf der 0-Wert bedeutet, dass das Subjekt von der Falschheit der Aussage/Theorie völlig überzeugt ist; der 1- Wert meint hingegen eine Überzeugung von der Richtigkeit/Gültigkeit.

Eine neue Erfahrung kann unsere Meinung unterstützen, oder auch nicht. Die Unterstützung einer aktuellen Meinung ist entweder direkt (durch Erfahrung gegeben) oder indirekt (als Übereinstimmung der Folge der aktuellen Meinung mit der Wirklichkeit). Die Folge der aktuellen Meinung bringt aktuelle Erhöhung ihrer Zuverlässigkeit und ihre Unveränderlichkeit bis zur neuen Erfahrung. Falls aber eine gewisse Erfahrung/Experiment im Konflikt mit der aktuellen Meinung ist, dann müssen wir diese Meinung kategorisch verneinen. Die Zuverlässigkeit jeder empirisch verifizierten Meinung ist durch die Pflicht bedingt, sich jederzeit einer Revision zu unterziehen. Die Zuverlässigkeit wird nach spezifischen Regeln behandelt, die sich von denen der klassischen Logik unterscheiden. Das wird aus den folgenden Schemen ersichtlich:

Nehmen wir an, unsere bisherige Erfahrung führt zum Erstellen der Meinung A . Aus A ergibt sich die Folge B . Wird die Gültigkeit von A festgestellt, ist nach den Regeln der klassischen Logik auch B gültig (logische Regel *modus ponens*). Wenn aber B besser konfrontierbar ist als A , schätzt man die Gültigkeit von A nach der Gültigkeit der Folge B . Suchen wir eine logische Folge für A im Falle, dass B nicht gilt; notieren wir diese Schätzung mit dem folgenden Schema, nach der Tautologie $[(A \rightarrow B) \wedge \neg B] \rightarrow \neg A$:

$A \rightarrow B$	wenn er nicht essen wird, stirbt er
$\neg B$	er starb nicht
<hr/>	
$\neg A$	er aß.

Jetzt verfolgen wir die Folge von A , wenn B gültig ist; dieser Situation entspricht keine Tautologie. Schema dieser Betrachtung ist

$A \rightarrow B$	wenn er nicht essen wird, stirbt er
B	er starb
<hr/>	
$?A$?er aß nicht.

Wenn wir annehmen, in der ersten Zeile gilt A , dann gilt auch B ; das steht nicht im Gegensatz/Widerspruch zur zweiten Zeile. Wenn A nicht gilt, ist die Implikation $A \rightarrow B$ richtig, unabhängig von der Richtigkeit von B , und das steht wiederum nicht im Gegensatz (s.o.) zur zweiten Zeile. Die Logik liefert uns hier keine strikte Bedingung für die Richtigkeit von A . Welche Information über A erfahren wir aus den gegebenen Prämissen? Bezüglich der Bedeutung der Relation $A \rightarrow B$ verstehen wir diese als Kausalrelation: die Richtigkeit der Aussage B ergibt sich aus A . Betrachten wir die beiden Aussagen A, B , ergeben sich vier Möglichkeiten gegenseitiger Relationen ihrer Richtigkeiten; die entsprechende Unbestimmtheit ist $H = \log_2 4 = 2 \text{ bit}$.

Mit der Information über $A \rightarrow B$ wird die Zahl der möglichen Richtigkeitsrelationen auf 3 reduziert, die Unbestimmtheit ist $H_1 = \log_2 3 = 1,585 \text{ bit}$. Mit der Information über die Richtigkeit der Aussage B reduziert sich die Zahl der möglichen Richtigkeitsrelationen der Aussagen A, B auf 2, die Unbestimmtheit ist dann $H_2 = \log_2 2 = 1 \text{ bit}$. Die Information über die Aufnahme von $A \rightarrow B$ ergibt $I_1 = H - H_1 = 0,415 \text{ bit}$ und die weitere Information über die Richtigkeit der Aussage B bringt $I_2 = H - H_2 = 1 \text{ bit}$. Es gilt $I = H < I_1 < I_2$, deshalb erfahren wir eine größere Information über die gegenseitigen Richtigkeiten der Aussagen A, B . Das Verhältnis der Nichtrichtigkeit zur Richtigkeit A änderte sich dabei von $2 : 1$ auf $1 : 1$. Die Zuverlässigkeit A wurde dadurch erhöht.

Nun denken wir an eine Situation mit zwei gegensätzlichen (unvereinbaren) Ansichten A und B . Unvereinbarkeit bedeutet, dass bei der Gültigkeit einer Ansicht die andere Ansicht ungültig ist, es schließt aber die Ungültigkeit beider Ansichten nicht aus. In dem ersten Schema gilt ein logischer Schluss in jener Form:

A ist unvereinbar mit B .

„ A . ist der beste Schachspieler“ ist unvereinbar mit „ B . ist der beste Schachspieler“.

B	B . ist der beste Schachspieler
$\neg A$	A . ist <i>nicht</i> der beste Schachspieler.

Diese Betrachtung ergibt sich aus der Definition der Unvereinbarkeit. Die entsprechende induktive Betrachtung hat jene Form:

A ist unvereinbar mit B
$\neg B$
Die Zuverlässigkeit von A erhöhte sich.

Stellen wir eine ähnliche Betrachtung an: Die erste Zeile gibt uns die Information $I_1 = \log_2 4 - \log_2 3 = 0,415 \text{ bit}$, die zweite Zeile noch $I_2 = \log_2 3 - \log_2 2 = 0,585 \text{ bit}$, zusammen $I_1 + I_2 = 1 \text{ bit}$. Das Verhältnis der Nichtrichtigkeit zur Richtigkeit von A änderte sich von dem ungünstigen Verhältnis $2 : 1$ zum günstigeren $1 : 1$.

Eine weitere mögliche Betrachtung ist:

$$\frac{A \rightarrow B \quad B \text{ ist weniger zuverlässig}}{A \text{ ist } \textit{weniger} \text{ zuverlässig.}}$$

Beispiel: Wenn J. über den Fluss herüberschwimmt, wird er gerettet.

Der Satz, dass J. gerettet wird, ist weniger zuverlässig

Der Satz, dass J. über den Fluss herüberschwimmt, ist weniger zuverlässig

Aus der ersten Zeile ergibt sich für die Zuverlässigkeiten p_A, p_B der Aussagen A, B , dass $0 \leq p_A \leq p_B \leq 1$. Wenn p_B kleiner ist, verkleinert sich auch das Intervall der möglichen Werte von p_A . Daraus ergibt sich der erwähnte Schluss. Auf ähnliche Weise stellen wir folgende Betrachtung an:

$$\frac{A \rightarrow B \quad B \text{ ist zuverlässiger}}{A \text{ ist } \textit{etwas} \text{ zuverlässiger.}}$$

Die *Richtung der Zuverlässigkeitsänderung* ist *objektiv* bezüglich des Schlusses, der die Zuverlässigkeit selbst betrifft, aber die Größe der Änderung ist *subjektiv*. Die Beweisschemen der klassischen Logik sind automatisiert und ihre Schlussfolgerungen sind eindeutig. Ein zuverlässiger Schluss ist nicht nur von Prämissen abhängig, sondern auch *menschlich* bedingt; der Wert und die Größe der Zuverlässigkeitsänderung haben eine menschliche Konditionalität. Die *Richtung* der möglichen Zuverlässigkeitsänderung ist dagegen objektiv und kann vom Menschen nicht beeinflusst werden.

Betrachten wir noch einen häufigen Fall. Es gibt zwei schwierig nachweisbare Sätze H und A , dabei ist A die Folge von H . Außerdem gilt auch die Folge B , ebenso folgend von H . Was behaupten wir dann über A ? Benutzen wir jenes Schema:

$$\frac{H \rightarrow A \quad H \rightarrow B \quad B}{?A}$$

Nehmen wir aus diesem Schema nur zwei Zeilen heraus, bekommen wir das bereits bekannte Schema:

$$\frac{H \rightarrow B \quad B}{H \text{ ist zuverlässiger}}$$

Kombinieren wir diese Folge mit der allerersten Prämisse, entsteht jenes Schema mit einfach abgeleitetem Ergebnis:

$$\frac{\begin{array}{c} H \rightarrow A \\ H \text{ ist zuverlässiger} \end{array}}{A \text{ ist zuverlässiger}}$$

Subjektive Wahrscheinlichkeit

Wie bereits erwähnt, ist die Zuverlässigkeit der Aussage A eine hypothetische Zahlenangabe p_A , $0 \leq p_A \leq 1$ (wir befinden uns also in der nichtklassischen Logik). In den beschriebenen Situationen konnten wir nur eine Tendenz der gewissen Zuverlässigkeitsänderung schätzen. Es kommen jedoch Situationen vor, wo die Zahlenangabe p_A nicht mehr hypothetisch ist und einen (vielleicht nur intuitiven) Zahlenwert hat. Da wir ihre Werte aus dem Intervall $\langle 0; 1 \rangle$ schätzen, kann man sie unter Umständen als subjektive Wahrscheinlichkeit verstehen. Subjektive Wahrscheinlichkeit muss nicht alle Regeln erfüllen, wie es eine durch statistische Mittel objektiv geschätzte Wahrscheinlichkeit tut. Es gibt Fälle, in denen wir für rigorose Betrachtungen keine objektive, statistisch geschätzte Wahrscheinlichkeit haben, dann benutzen wir eine subjektive Schätzung. Wir arbeiten damit (etwas zuversichtlich), als ob die Schätzung objektiviert wäre. Wir präsentieren hier einige Fälle, um zu zeigen, dass wir zu ähnlichen Schemen wie bei der Zuverlässigkeit gelangen.

Beobachten wir die Aussage A , deren Folge die Aussage B ist. Wir haben keine Information über die Gültigkeit von A und B , wir schätzen nur einen Grad ihrer Gültigkeit mit Hilfe von subjektiven Wahrscheinlichkeiten $P(A)$ und $P(B)$. Wir könnten auch eine neue Wahrscheinlichkeit von A in Betrachtung ziehen, falls wir wüssten, dass B gilt. Die Form dieser Wahrscheinlichkeit ist $P(A|B)$. Aus der Wahrscheinlichkeitstheorie ergibt sich jene Relation:

$$P(A).P(B|A) = P(B).P(A|B) \quad (0)$$

Aufgrund der geschätzten Implikation $A \rightarrow B$ verstehen wir, dass sich aus der Gültigkeit der Aussage A die Gültigkeit der Aussage B ergibt. Dann gilt die Prämisse $P(B|A) = 1$. Die Gleichheit (0) geben wir in jener Form ein:

$$P(A) = P(B).P(A|B) \quad (1)$$

Entspricht diese Relation unserer Intuition? Beobachten wir die Folgen, die sich aus der formalen Relation (1) ergeben: Die Wahrscheinlichkeit $P(A|B)$ nehmen wir als eine Konstante. Das Wachstum (oder der Fall) unserer Überzeugung über die Gültigkeit der Folge B führt dann zum Wachstum (oder zum Fall) unserer Überzeugung über die Gültigkeit der Prämisse A . Dies entspricht unserer Feststellung der Wahrscheinlichkeiten. Sollte sich die Gültigkeit des Satzes B bestätigen, dann ergibt sich

$P(B) = 1$ und nach (1) gilt, dass $P(A) = P(A|B)$. Sollten wir die Gültigkeit von B bezweifeln, dann gelten scharfe Ungleichheiten $0 < P(B) < 1$ und aus der Gleichheit (1) ergibt sich die Ungleichheit

$$P(A) < P(A|B) \quad (2)$$

Die apriorische Wahrscheinlichkeit $P(A)$ vor dem Nachweis der Aussagegültigkeit von B ist kleiner als die aposteriorische Wahrscheinlichkeit $P(A|B)$ nach dem Nachweis der Aussagegültigkeit von B . Auch das entspricht unseren früheren Zuverlässigkeits-Betrachtungen. Sollten wir an der Gültigkeit von B zweifeln, d.h. wir nehmen an, dass $0 < P(B) < 1$ gilt, können wir (1) in jener Form angeben:

$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)} \quad (3)$$

Dann ändert sich die aposteriorische Wahrscheinlichkeit $P(A|B)$ wegen der Änderung unserer Meinung über die Gültigkeit der Aussage B . Wir prüfen die Gültigkeit von 3 aufgrund der Prämissen $A \rightarrow B$ und $0 < P(B) < 1$. Der Satz B gilt immer, wenn auch A gilt; die subjektive Wahrscheinlichkeit von B darf also nicht kleiner sein als die von A :

$$P(A) \leq P(B) < 1$$

Wenn $P(B) = P(A)$, dann ergibt sich aus der Relation (0):

$$P(B|A) = P(A|B),$$

Das entspricht der Situation $B \rightarrow A$, dann sind die beiden Aussagen A und B äquivalent, d.h. sie sind gemeinsam gültig oder ungültig. Dann ergibt sich aus (3):

$$P(A|B) = 1 = P(B|A)$$

Den oberen Grenzwert für $P(B)$ können wir in der Wirklichkeit nicht erreichen (die Aussage B müsste schon am Anfang als richtig gelten), aber wir nähern uns ihm: Falls $P(B)$ von $P(A)$ zu 1 steigt, dann sinkt $P(A|B)$ von 1 zu $P(A)$.

Wir präsentieren diese Situation noch aus einem anderen Blickwinkel nach dem Satz über die vollständige Wahrscheinlichkeit.

$$P(B) = P(A \wedge B) + P(\neg A \wedge B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\neg A) \cdot P(B|\neg A).$$

Da wir die Gültigkeit von $A \rightarrow B$ annehmen, ergibt sich

$$P(B) = P(A) + (1 - P(A)) \cdot P(B|\neg A) \quad (4)$$

und durch die Substitution in der Gleichung (3) bekommen wir für $P(A|B)$:

$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(A) + (1 - P(A)) \cdot P(B|\neg A)} \quad (5)$$

Betrachten wir $P(A)$ als unveränderlichen Wert, dann wächst $P(A|B)$ von $P(A)$ bis 1.

Welchen Einfluss hat die Ablehnung der Prämisse A für das Vertrauen in die Folge B ? Wir benutzen wieder den Satz über die vollständige Wahrscheinlichkeit und die Richtigkeitsfolge $A \rightarrow B$ für die Wahrscheinlichkeit $P(B|A)$.

Aus (4) ergibt sich dann unter der Voraussetzung $0 \leq P(A) < 1$ der Ausdruck für $P(B|\neg A)$:

$$P(B|\neg A) = \frac{P(B) - P(A)}{1 - P(A)} = P(B) - P(A) \frac{1 - P(B)}{1 - P(A)}. \quad (6)$$

Aus dieser Relation ergibt sich

$$P(B|\neg A) < P(B) \quad (7)$$

Wenn sich die Ungültigkeit der Prämisse beweist, vermindert sich die Wahrscheinlichkeit ihrer Folge. Aus der Relation (6) folgt, dass $0 < P(A) \leq P(B)$. Wenn $P(B)$ konstant bleibt und die Werte von $P(A)$ sich im Intervall von 0 bis $P(B)$ ändern, dann sinken laut (6) die Werte von $P(B|\neg A)$ im Intervall von $P(B)$ bis 0.

Diese Folge entspricht unserer Intuition. In einem klassischen Fall haben die gegenseitig äquivalenten Ausdrucksformen dieselben Richtigkeitswerte. So ist der Ausdruck $A \rightarrow B$ genauso richtig wie $\neg A \vee B$. Deshalb können wir in der Tabelle für die Betrachtung des Typus *modus ponens* anstatt $A \rightarrow B$ auch $\neg A \vee B$ eingeben.

In nichtklassischen Fällen dürfen wir die Wahrscheinlichkeit der Aussage $A \rightarrow B$ nicht automatisch durch die Wahrscheinlichkeit der Aussage $\neg A \vee B$ ersetzen, vorausgesetzt, dass wir diese als bestimmende Richtigkeitsformel nach der Regel der Wahrscheinlichkeitstheorie benutzen.

Dem Ausdruck $A \rightarrow B$ weisen wir einen anderen Wahrscheinlichkeitswert zu (mit der Bedeutung des Richtigkeitsmaßes) als dem Ausdruck $\neg A \vee B$ (ähnlich verhält es sich auch im Falle von Zuverlässigkeit oder Glaubwürdigkeit). Nichtklassische logische Verfahren arbeiten deshalb mit verschiedenen Äußerungen, welche die Implikationen ersetzen, und haben dann eine andere Bedeutung. Wir können hier auch nicht im gleichen Sinne wie in der klassischen Logik von Tautologien sprechen.

Schlussbemerkung

Intuitive Logik hat seine Regeln, die aber keine Schlussfolgerungen über Wahrheit der kategorischen Weise im Sinne von wahr-falsch (wie in der klassischen Logik) erlauben. Wir haben eben zwei Arten von Aussagebewertungen vorgeführt, und zwar nach Glaubwürdigkeit und nach intuitiver Wahrscheinlichkeit. Wir haben nicht die heutzutage schon gut ausgearbeiteten Theorien erwähnt, die auf der Mengenlogik (fuzzy set theory) und auf groben Mengen (rough sets theory) beruhen. Diese liefern uns auch eine teilweise formalisierte Ansicht induktiver Verfahren, welche aus einer sprachlich formulierten Erfahrung gewonnen werden.

Schrifttum:

- Blalock, H.,M.** (1964): *Causal inference in nonexperimental research*, University of North Carolina Press, Chapel Hill
- Campbell, N.,J.** (1957): *Foundations of science: the philosophy of theory and experiment*, Dover, New York
- Komenda, S.** (2000): *Vypočitatelná náhoda*, UP Olomouc, Olomouc
- Longford, N.,T.** (1995): *Models for uncertainty in educational testing*, Springer Verlag
- Půlpán, Z.** (2012): *Odhad informace z dat vágní povahy*, Academia, Praha
- Singleton, R. jr., Straits, B., C., Straits M.,M., Mc Allister, R.J.** (1988): *Approaches to Social Research*, Oxford University Press

Eingegangen 2015-09-07

Anschrift des Verfassers: Prof. RNDr. PhDr. Zdeněk Půlpán, CSc., Na Brně 1952, 500 09 Hradec Králové 9 ; zdenek.pulpan@post.cz

Veracity and subjective probability (Summary)

Intuitive logic has rules that do not allow conclusions about the veracity of the categorical manner in the meaning of true-false (as it is in classical logic). We have demonstrated two types of evaluation statements, according to plausibility and intuitive probability. We don't mention the already welldeveloped theories based on fuzzy logic (fuzzy set theory) or the theory of rough sets (rough sets theory). They also provide a somewhat formalized view of inductive practices gained from linguistically formulated experience.

Fidindeco kaj subjektiva probablo (Resumo)

Intuicia logiko havas regulojn, kiuj ne rekte permesas konkludon pri la fidindeco de la kategoria maniero en la senco de vera-falsa (kiel okazas en la klasika logiko). Ni montris ĉi tie du tipojn de pritakso de eldiroj, rilate al la kredebleco kaj al intuicia probableco. Ni ne menciis la bone evoluigitajn teoriojn bazitajn sur ara logiko (fuzzy set theory), nek la teorion de svagaj aroj (rough sets teory). Tiuj ĉi ankaŭ liveras parte formaligitan rigardon al induktaĵaj procezoj, kiuj ekestas surbaze de la lingve formuligita sperto.

Kelkaj konsideroj pri logikeco, reguleco, simpleco en lingvoj. (Dua parto: Ludwig Wittgenstein kaj *Traktaĵo logika-filozofia*.)

de Ivan Eidt COLLING, Curitiba (BR)

Laboraĵo el la Postdiploma Kurso pri Interlingvistikaj Studoj, Universitato Adam Mickiewicz, Poznań (PL).

Mallongigoj kaj simbolo:

A – Angla; P – Portugala; M – Malvera; V – Vera; \neg – Logika operatoro NE.

1. Ludwig Wittgenstein kaj Traktaĵo Logika-Filozofia

Ludwig Josef Johann Wittgenstein (1889-1951) estis studento de Bertrand Russell en Kembriĝo. Li estas konsiderata unu el la plej gravaj filozofoj de la 20-a jc., kaj lia laboro instigis la kreadon de la Viena Rondo, kiu disvolvis logikan pozitivismon (logikan empiriismon, novpozitivismon, por kiu la nura sencohava diskurso estas la scienca). Analiza filozofio estis/estas influata de lia laboro, kaj ties reeĥoj troviĝas ankaŭ en pragmalingvistiko ('parolagoj', Austin, Searle).

Oni povas distingi du fazojn en la pensado de Wittgenstein; tial oni parolas pri 'la unua Wittgenstein', 'Wittgenstein I', 'Wittgenstein 1', 'frua Wittgenstein', 'juna Wittgenstein' kontraste kun 'la dua Wittgenstein', 'Wittgenstein II', 'Wittgenstein 2', 'malfrua Wittgenstein', 'posta Wittgenstein'. La ĉefa verko de la unua fazo estas *Traktaĵo logika-filozofia* (la unika libro, kiun li publikigis dum sia vivo). En la dua fazo estas pluraj verkoj, plej ofte kompilitaj de liaj studentoj; el inter ili la plej elstara estas *Filozofiaj esploroj*. Kvankam estas granda – abisma – diferenco inter tiuj du fazoj, laŭ Wrigley (2010) ekzistas fadeno ilin liganta, kiu estas la studo kaj la kritiko pri la naturo de la filozofiaj problemoj – Wittgenstein konsideris la grandajn tradiciajn problemojn de filozofio sensencaj demandoj, pro tio dum jarcentoj ili ne estis solvitaj – kaj tion oni povas montri per priskribo de la lingvo. Sed la metodoj por fari tiujn kritikojn kaj priskribon radikale ŝanĝiĝis. Ni sekvu la rezonadon de Wrigley:

“Li [Wittgenstein] skribis en *Filozofiaj esploroj* (§ 109), ke ‘filozofio estas batalo kontraŭ la ensorĉigo de nia kompreno uzanta nian lingvon’. Tie ĉi estas du demandoj, koncernantaj lingvon kaj naturon de filozofio mem, centraj por Wittgenstein laŭlonge de tuta lia filozofia kariero, kaj kiujn, krom tio, li ĉiam kredis esence ligitaj. Filozofiaj problemoj aperas pro eraroj de kompreno de lingvo, kaj ili devas esti solvitaj per ĝusta kompreno de ĝi. Se oni rigardas al *Traktaĵo*, ne malfacile troveblas tiu sama kombino de ideoj. Li skribis tie, ke ĉiu filozofio estas kritiko de la lingvo (§ 4.0031). [...] Unu el la plej gravaj kaj profundaj ŝanĝoj estas la rifuzo fare de la posta Wittgenstein de la ideo, ke filozofio rilatas al senvualigo de la *kaŝita* strukturo de la pensado kaj de la lingvo. En *Traktaĵo*, li skribis, ke ‘lingvo estas vesto, kiu maskas la pensadon. Kaj, envere, en tia maniero, ke oni ne povas, surbaze de la ekstera formo de la vesto, koni la formon de la vestita penso.’ (§ 4.002), kaj la centra celo de *Traktaĵo* estis reveli tiun subkuŝantan kaŝitan strukturon [...]. En la posta filozofio de Wittgenstein, tiu ideo estas tute rifuzita. ‘Kio estas kaŝita ne interesas nin’, li deklaris en *Filozofiaj esploroj* (§ 126), kaj la fokuso de la zorgoj de Wittgenstein rilate lingvon nun estas la priskribo de la ordinara lingvo,

kia ĝi estas, anstataŭ la konstruo de formala artefarita lingvo, laŭ la bildo de la kalkuloj de logiko kaj de matematiko.” (Wrigley 2010.)

La ĉi-tiea studo estas limigita je la unua Wittgenstein, je *Traktaĵo logika-filozofia*. Krom se menciante la malo, mi havas enmense lian unuan fazon. Mi havis ĉe-mane la kvar sekvantajn tekstojn, kiujn kelkfoje mi devis kompari: la dulingvan eldonon (germanan-portugalan, kun traduko de Luiz H.L. dos Santos), la portugallingvan tradukon de Prof. José Arthur Gianotti, la portugalan eldonon, kun traduko de M.S. Lourenço, kaj la anglalingvan version (resp. Wittgenstein 2010, 1968, 2002 kaj 2005). En Apendico mi prezentas kelkajn erojn de *Traktaĵo*, tradukitajn en Esperanton.

La strukturo de la verko estas sinsekvo de aforismecaj alineoj numeritaj laŭ hierarkio¹ aŭ, kiel diras Oliveira (en Wittgenstein 2002, p. xi), ĝi estis skribita laŭ la maniero “de la suraĵoj de Korano aŭ de la libroj de Biblio, kun divido en versiklojn”. Referencojn al cititaj eroj de *Traktaĵo* mi faras en la suba teksto per la koncernaj numeroj, interpentezaj kaj superskribitaj ⁽ⁿⁿ⁾; kiam ne temas pri rekta citaĵo, mi uzas la modelon (§ nn).

La libro estis skribita en tute apartaj kondiĉoj: inter 1915 kaj 1918, dum la Unua Mondmilito, kiam la aŭtoro estis volontula militisto de Aŭstri-Hungario kaj poste militarestito en Italujo. Ĝi aperis en 1921 germanlingve sub la titolo *Logisch-philosophische Abhandlung* en la periodaĵo *Annalen der Naturphilosophie*, kaj en la sekvanta jaro en la angla, sub la konata titolo en Latino *Tractatus logico-philosophicus* – kiu estis sugesto de George Edward Moore. La aŭtoro estis pensanta nomi ĝin *La propozicio*; Ogden, unu el la angligintoj de la teksto, sugestis *Philosophical logic*, ‘*Filozofia logiko*’, sed li findecidis favore al la propono de Moore. (Santos en Wittgenstein 2010, p. 9; Wrigley 2010.)

Per *Traktaĵo logika-filozofia*, la juna aŭtoro pretendis solvi ĉiujn problemojn de filozofio, ĉar

“la formulado de tiuj problemoj kuŝas sur miskompreno de la logiko de nia lingvo. Oni povus eble kapti la tutan sencon de la libro per la jenaj vortoj: kion oni povas entute diri, tion oni povas klare diri; pri kio oni ne povas paroli, pri tio oni devas silenti.

“La libro celas, do, difini limon por la pensado, aŭ – pli ekzakte – ne por la pensado, sed por la esprimo de pensoj: por difini limon por la pensado, oni devus esti kapabla konsideri ambaŭ flankojn de tiu limo (sekve, oni devus kapabli pensi pri tio, kio ne estas pensebla).

“La limo, do, estos nur difinebla en la lingvo, kaj tio, kio kuŝas eksterlime estos tutsimple senseca.

[...]

“Aliflanke, la *vereco* de la pensoj tie ĉi komunikitaj ŝajnas al mi netuŝebla kaj definitiva. Sekve, estas mia opinio, ke la problemojn en esenco mi finsolvis. Kaj se rilate al tio mi ne trompiĝas, la valoro de ĉiu ti laboro konsistas, duavice, en tio, ke ĝi montras, kiom malmulte oni atingas, kiam tiuj problemoj estas solvitaj.” (Wittgenstein 2010, p. 130-133 – Antaŭvorto.)

En la tria alineo de la supra fragmento, jam aperas unu el la plej grandaj problemoj de la studo de lingvo: en ĉiuj aliaj sciencoj, la objekto de studo kaj la instrumento

¹ Tiu hierarkiigo, tamen, ne ŝajnas esti tute konsekvenca (laŭ rimarkigo de Marques 2005, p. 13).

de studo estas malsimilaj (ekz., se ni volas analizi la elirtension de elektra nutrofonto, laŭ la ŝanĝo de ties ŝarĝo, ni povas ĝin mezuri per voltmetro: la objekto estas la nutrofonto, la instrumento estas la voltmetro). Kiam oni studas lingvon, ĝi estas kaj la objekto kaj la instrumento (ni provas analizi vortojn per vortoj...), kaj tio ĉi estas fonto de grandaj konfuzoj (Montalbetti, s.d.).

Kvankam la aŭtoro asertas, ke ĉio direbla estas *klare* direbla, lia teksto tute ne estas klara: “*Traktaĵo logika-filozofia* estas unu el la verkoj plej idiosinkraziaj, enigmecaj, maldiafanaj, kiuj estis prezentitaj” (Scott Soames en García, s.d.); Mauricio Alves havas similan opinion:

“*Traktaĵo* estas unu el la plej koncizaj kaj enigmecaj verkoj de la tuta historio de Filozofio. La disvolvo [de la libro] konsistas el koletko de mallongaj, koncizaj, sintezaj frazoj, esprimitaj en logika formo. Foje ĝi prezentas ian poezian svagecon, kiun oni perceptas per ia enigmea atmosfero.

“Temas, do, pri libro, kiu fariĝas malfacile komprenebla, kaj kiu estigas plurajn interpreteblojn. Ĝi traktas, evidente, pri problemoj de filozofio, kaj ĝi montras, ke tiuj problemoj devenas el miskompreno de la logiko de nia lingvo. Eĉ konsiderata enigmea kaj, foje, obskura, *Traktaĵo* estas unu el la plej fascinaj kaj defiaj verkoj de la 20-a jarcento.” (Alves 2013, p. 53.)

Tiu kontraŭdiro inter la asertoj de la aŭtoro pli klareco kaj lia efektiva verko eble estas nur ŝajna; eble ĝi estas strategio por montri, ke tio, pri kio li skribas, apartenas al la sfero de *nedireblaĵoj*, do li mem provas fari tion, kion laŭ li oni devus ne fari...:

“La diskurso pri logika strukturado de la lingvo kaj de la mondo, samkiel la etika diskurso pri la valoroj kaj pri la senco de ekzistado, restas ekster tiu limo [de la signifohava lingvaĵo]. Sekve, laŭprincipe, estas absurdaj la propozicioj, kiuj traktas tiujn temojn.

“La paradokseco de *Traktaĵo* evidentiĝas, kiam oni rimarkas, ke ĝuste tiuj temoj estas ade reprenataj en la propozicioj, kiuj konsistigas la verkon. [...] Ĉiuj tiuj temoj apartenas al la tavolo de neesprimeblo, de tio, kio ne povas esti dirata, sed nur montrata. Tio igas la propoziciojn de *Traktaĵo*, laŭ la *Traktaĵa* kriterio de signifeco, absurdaj.” (Marques 2005, p. 50-51.)

“Miaj propozicioj klarigas tiamaniere: kiu komprenas min, tiu je la fino rekonas ilin sensencaj, post kiam li/ŝi tra ili – per ili – super ilin supreniris. (Li/ŝi devas, por tiel diri, ĵeti for la ŝtupetaron, post kiam li/ŝi sur ĝin supreniris.)

“Oni devas superi tiujn propoziciojn, kaj tiam oni ĝuste vidos la mondon.”^(6.54)

Do, ne nur laŭteme la diraĵoj estas ‘absurdaj’ kaj ‘sensencaj’, sed la aŭtoro kompletigas tiun atmosferon per enigmea, mistera lingvaĵo. Kiel dirite de Alves, pluraj interpretebloj ekzistas. Sube mi prezentas komentojn de pluraj aŭtoroj, kaj ankaŭ observojn, interpretojn, kiuj naskiĝis el mia legado de la verko.

Laŭ Margutti Pinto (2010), la juna Wittgenstein estis influata de tri ĉefaj tendencoj: *etika-metafizika* (James, Tolstoj, Schopenhauer, Weininger): mistikismo estas sperto, kiu portas sencon al la vivo; tiu sperto konsistas en la beateca kontemplado de supera realo, kiu povas esti atingita nur per interna etika revolucio; *logika-sciencia* (Hertz, Boltzmann, Frege, Russell): la plejparto el la filozofiaj kaj sciencaj problemoj povas esti solvitaj nur per logika analizo de lingvo; logika-sciencia lingvo povas adekvate priskribi la mondon; *radikala perspektivo de kritiko de la lingvo* (Mauthner): lingvo ne kapablas priskribi realon, kaj tio postulas, ke ni rifuĝu en mistika silento. Ĉi

tiu silento estas nepriskribebla, kaj scienco de naturo estas neebla. Oni devas ĉesi fari demandojn kaj serĉi respondojn. Laŭ Mauthner, lingvokritiko estas ŝtupetaro, kiu, suprenirata, kondukas nin al la unika ebla solvo: memmortigo de lingvo kaj savo en la totala silento.

Ni vidas, do, ke la metaforon de la ŝtupetaro Wittgenstein ĉerpis el Mauthner. La ideo pri senceco de multaj demandoj de filzofio estas etendo de ideo de Heinrich Hertz, kiu sugestis, en la antaŭvorto de sia *Principoj de mekaniko*, ke “kelkaj demandoj, kiujn fizikistoj trovas speciale malfacile respondeblaj, estas fakte sensecaj. (Hertz pensis specife pri demandoj, kiel la naturo de la forto.)” (Wrigley 2010.)

Russell defendis la ideon de atomisma logiko, t.e. kredo, ke la mondo konsistas el multaj unuopaj elementoj; ĝi kontrastas kun logika monismo, aŭ unuecismo (Hegel), laŭ kiu la ŝajna multflankeco de la universo konsistas nur el fazoj kaj nereala diserigo de ununura nedividebla Realo. Laŭ Russell, molekul(ec)aj aŭ kompleksaj propozicioj konsistas el atom(ec)aj (elementaj) propozicioj; ĉiu el la ĉi-lastaj priskribas elementan, ‘atomecan’ fakton (Abbagnano 1970, p. 87-88; García s.d.). Similan koncepton ni trovas ĉe Lejbnico; ĉi tiu aliro estas fundamenta en la Wittgensteina *Traktaĵo*.

Sube mi listas la sep ĉefajn temojn de *Traktaĵo*.

- 1) “*La mondo estas ĉio, kio estas la okazo*”⁽¹⁾ (aŭ eble: *la mondo estas ĉio, kio okazas*, aŭ: ..., *kio estas la koncernataĵo*, aŭ: ..., *kio estas la demando*.) Malfacile komprenebla kaj tradukebla ero, per kiu *Traktaĵo* komenciĝas. En la libro, klarigaj estas la propozicioj, kiuj venas tuj post ĝi. En la germana, “*Die Welt ist alles, was der Fall ist*”⁽¹⁾. Sube estas kelkaj tradukoj (resp. Wittgenstein 2005; 2010; 2002; 1968):

A: “The world is all that is the case.”
 P: “O mundo é tudo que é o caso.” (Trad. Santos.)
 P: “O mundo é tudo o que é o caso.” (Trad. Lourenço.)
 P: “O mundo é tudo o que ocorre.” (Trad. Gianotti.)
- 2) “*Kio estas la okazo, la fakto, estas la ekzisto de statoj de aferoj*.”⁽²⁾
- 3) “*La logika bildigo de la faktoj estas la penso*.”⁽³⁾
- 4) “*Penso estas signifohavha propozicio*.”⁽⁴⁾
- 5) “*Propozicio estas ver-funkcio de elementaj propozicioj. j*
(Elementa propozicio estas ver-funkcio de si mem.)”⁽⁵⁾
- 6) “*La ĝenerala formo de ver-funkcio estas: $[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$*
Tio ĉi estas la ĝenerala formo de propozicio.”⁽⁶⁾
- 7) “*Pri kio oni ne povas paroli, pri tio oni devas silenti*.”⁽⁷⁾

Marques prezentas la jenan skizon de la verko:

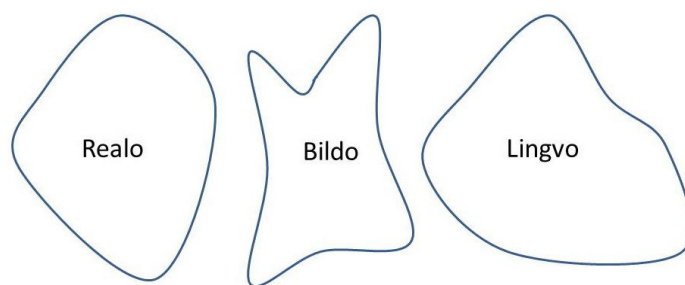
“La libro komenciĝas per ellaborado de ontologio, disvolvas poste teorion de bildigo kaj, surbaze de la rezultoj de ĉi-lastata, formulas teorion de propozicio. En la lasta kvarono de la libro, Wittgenstein pritraktas la naturon de logikaj kaj matematikaj propozicioj, samkiel pri tio, kio ne povas esti dirita pere de signifohavaj propozicioj, sed nur montrata pere de propozicioj, kiuj ion diras.

“Male al tio, kio okazas ĉe la plejparto de la filozofiaj libroj, ne estas rekomendinde, ke oni komencu la legadon de *Traktaĵo* per ties komenco. La ontologio konigata en propozicioj de 1 al 2.063 rezultas el la konceptado de lingvo prezentata en la postaj propozicioj, konsistantaj,

lastanalize, en la priskribo de la strukturo, kiun realo devas havi, por ke signifohava lingvo estu ebla.” (Marques 2005, p. 14.)

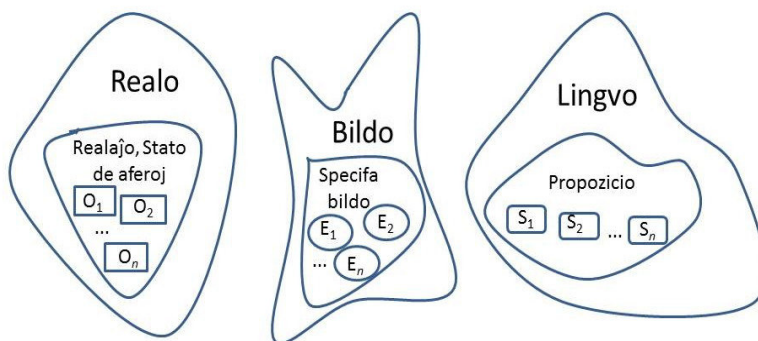
En la subaj propozicioj, Wittgenstein parolas pri realo, bildo kaj lingvo, kiuj interrilatas. Ili ne estas, tamen, *egalaj*; por tiun neegalecon reprezenti, mi ilin desegnis kun malsimilaj konturoj en bildo 1.

“Ni bildigas la faktojn.”^(2.1) “Bildo estas modelo de realo.”^(2.12) “La logika bildo de la faktoj estas la penso.”⁽³⁾ “Penso estas signifohava propozicio.”⁽⁴⁾ “La tuto de la propozicioj estas la lingvo.”^(4.001) “Propozicio estas bildo de realo. Propozicio estas modelo de realo tia, kia ni ĝin imagas.”^(4.01)



Bildo 1 – Realo, bildo, lingvo.

Ni konsideru unu realaĵon, tranĉaĵon de realo, parcelon de realo aŭ staton de aferoj, el inter la multegaj realaĵoj, kiuj enestas en realo. Ĝin konsistigas pluraj objektoj ($O_1, O_2, \dots O_n$), kaj ni povas diri, ke specifa bildo, en kiu estas elementoj de bildigo $E_1, E_2, \dots E_n$, estas ĝia modelo. Al objekto O_i respondas signo S_i , do propozicio kun signoj $S_1, S_2, \dots S_n$ estas bildo de tiu realaĵo, “tia, kia ni ĝin imagas” (vidu bildon 2).



Bildo 2 – Stato de aferoj kun siaj objektoj (en la sfero de realo), specifa bildo kun siaj elementoj (en la sfero de bildo) kaj propozicio kun siaj signoj (en la sfero de lingvo).

Lingvo, do, estas bildigo. Lingvo kaj realo estas tute apartaj entoj. Kiam mi prononcas vorton ‘elefanto’ (aŭ ‘elefante’, aŭ ‘słoń’, aŭ ‘zibi’), tiu sinsekvo de sonondoj estas tute malsimila al la elvokata besto; ankaŭ la skribaĵo ‘elefanto’ aŭ simbolo por elefanto kompreneble ne *estas* elefantoj. “Atribui sencon al prononcitaj sonoj aŭ al surpaperaj strekaĵoj – aŭ sur iu ajn alia ekrano –, estas atribui al ili la funkcion de

adresado al io, kio ne estas identa al ili. Tio estas, ili havas sencon kiam ili prezentas aŭ reprezentas ion, kio kuŝas post ili.” Sed estas fortaj postuloj por tiu adresado: “propozicio havas sencon [...] ekskluzive kiam ĝi plenumas la rolon simboli aŭ reprezenti ion en preciza maniero. [...] Signifohava propozicio ne nur prezentas ion sed, jes, prezentas tion en maniero difinita kaj preciza.” (Marques 2005, p. 17.)

Bildo 2 respegulas nur la plej simplan situacion, en kiu al stato de aferoj respondas *elementa* propozicio. En la unua propozicio de *Traktaĵo*, Wittgenstein uzas la vorton *fakto* (aŭ *situacio*), kiu apartenas al la sfero de realo, kaj kies paralelaĵo, en la lingvo, estas la kompleksa propozicio, t.e. kombinaĵo de pluraj elementaj propozicioj. Tiun klarigon prezentas Buchholz (2009, p. 59), atentigante pri la plurala uzo de *statoj*, en la aserto: “kio estas la okazo, la fakto, estas la ekzisto de statoj de aferoj”⁽²⁾. En tabelo 1 mi listas kelkajn paralelaĵojn inter realo kaj lingvo laŭ *Traktaĵo*.

Tabelo 1 – Paralelaĵoj inter realo kaj lingvo.

Realo	Lingvo
objekto	signo
stato de aferoj	elementa propozicio
fakto, ekzistanta situacio	vera kompleksa propozicio
pozitiva fakto	vera aserta propozicio* (propozicio): (V)
negativa fakto	vera nea propozicio* \neg (propozicio): (V)
neekzistanta situacio	malvera kompleksa propozicio**

* Buchholz 2009, p. 57, surbaze de § 2.06.

** Buchholz 2009, p. 59.

Aldonendas, ke la mondo estas la “tuto de la faktoj”^(1.1); kono de ĉiuj elementaj propozicioj kaj de ties valoroj de vero plene priskribas la mondon: “la mondo estas plene priskribita, se estas donitaj ĉiuj elementaj propozicioj, plus la indiko, pri kiuj el ili estas veraj kaj kiuj estas malveraj”^(4.26). Kvankam la aŭtoro asertas, ke “la tuta realo estas la mondo”^(2.063), iom pli frue li komprenigas, ke realo estas pli ampleksa; ĝi enhavas ekzistaĵojn kaj neekzistaĵojn: “ekzisto kaj neekzisto de statoj de aferoj estas la realo”^(2.06).

2. Lingvo kaj bild(ig)o

En tabelo 1 estas nur elementoj de realo kaj de lingvo, sed en bildoj 1 kaj 2 mi inkluzivis ankaŭ ‘bildon’, ĉar mi pensas, ke tiu ento gravas kiel speco de ĉarniro, artiklo inter realo kaj lingvo; ĝi ŝajnas fakte io komuna al ambaŭ sferoj, foje pli proksima al la “reprezenta” sfero: “bildo reprezentas la situacion en la logika spaco, la ekziston kaj la neekziston de statoj de aferoj”^(2.11), “propozicio estas bildo de realo. Propozicio estas modelo de realo tia, kia ni ĝin imagas”^(4.01), sed foje proksima al realo: “Bildo estas fakto”^(2.141). Bildo ne postulas la *ekziston* de la bildigata situacio, ĝi estas do tre malsimila al la ordinara kompreno de bildo kiel kopio. “Ĝi estas modelo, kiu funkcias kiel gvidilo por serĉado, en la realo, de situacio, kiu igus ĝin vera” (Marques 2005,

p. 19). Per ĉi tio ni vidas, ke senco kaj vereco estas nedependaj: oni unue komprenas la sencon, kaj nur poste ni esploras, por scii, ĉu la aserto estas vera. ‘Hieraŭ bubalo vizitis la lunon’ estas tute komprenebla aserto, se ni konas ĝiajn konsisterojn, sed ĝi malveras (almenaŭ ĝis nun!)². Ni povas ĉi tie senti ian reeĥon de la Platona respondo al Parmenida argumento pri vereco de diskurso.

Bildo prezentas elementojn kaj ligojn inter tiuj elementoj. Ĉiu elemento elvokas objekton de realo, kaj la tutaĵo respegulas objektojn de realo kaj ligojn inter tiuj objektoj, tio estas, situacion, kiu povas ekzisti aŭ ne. La konekto de la elementoj estas la strukturo de la bildo, kaj ĝi (la konekto) reprezentas rilatojn inter la objektoj. (Tio ĉi kompreneble funkcias ne nur strikte por lingvaj sistemoj, sed por ĉiuj semiotikaj sistemoj – ni pensu pri organigramo de entrepreno, aŭ pri skemo de aŭtobusaj linioj, kun indikoj de haltejoj) Per vortoj de Wittgenstein mem:

“Bildo konsistas en tio, ke ĝiaj elementoj estas unuj rilate al la aliaj laŭ difinita maniero.”^(2.14)

“Ke la elementoj de la bildo estas unuj rilate la aliajn laŭ difinita maniero, tio reprezentas, ke la aferoj tiel estas unuj rilate la aliajn.

“Tiun konekton de la elementoj de la bildo oni nomas ĉi ties strukturo; la eblon de tiu ĉi [strukturo] oni nomas ties formo de bildigo.”^(2.15)

Edgar Marques (2005, p. 23-24) avertas, ke estas granda distingo inter la bildiga funkcio de la *elementoj* kaj de la reprezenta funkcio de la *bildo* kiel tutaĵo. Mi provas klarigi per ekzemplo, tamen avertante, ke la afero estas multe pli abstrakta: ni konsideru skemon faritan de lignaĵisto, kiu projektis meblon, aŭ de tajloro, kiu planis jakon: ĉiu *elemento* de la skemo anstataŭas en ĝi ligno- aŭ ŝtofopecon (objekton); la *skemo* kiel tutaĵo postulas ne nur la konformecon inter ĉiu elemento kaj la koncerna peco, sed ankaŭ, ke ĝi prezentu ligojn de la elementoj tiajn, ke estu simila strukturo inter la aranĝo de la elementoj kaj la aranĝo de la objektoj. Kompreneble, la metiisto povas erari pri iu detalo, kaj la bildo fariĝas malvera, t.e. iu(j) ligo(j) de ĝi prezentata(j) ne ekzistas kaj/aŭ ekzistanta(j) ligo(j) ne estas prezentata(j).

Laŭ Wittgenstein, la elementoj de la bildo havas kvazaŭ tentaklojn, pere de kiuj ili tuŝas realon: bildo *iras* al realo, kaj la bildiga rilato interrilatigas elementojn de la bildo kun la aferoj. Por ke la bildo povu bildigi realaĵon, ion komunan ĝi devas havi kun realo – kaj tiu komunaĵo estas la logika formo. Estas pluraj ebloj por bildigo: ĝi povas esti spaca, tempa, kolora. Ĉiu bildigo nepre estas ankaŭ logika – ne ĉiu bildigo estas, ekzemple, spaca. Pro tio, la logika formo estas nepraĵo por bildigo (kaj por ĝusta, kaj por malĝusta bildigo.) (§ 2.1515, 2.1511, 2.1514, 2.18, 2.181, 2.182.)

3. Objektoj, signoj, propozicioj en Traktaĵo logika-filozofia

Ĝeneralaj propozicioj povas enhavi aliajn propoziciojn. Determino de valoro de vero de propozicio implicas konon de vereco de ĉiuj ties komponantoj. Sed la komponantoj siavice povas esti kompleksaj, kaj enhavi aliajn propoziciojn, kaj tiel plu. Por ke en iu momento tiu dismetado ĉesu, “Wittgenstein prezentas kiel postulaton la

² Malfacilas – ne eblas – prezenti ekzemplojn pri la *Traktaĵa* konceptado – ekzemploj estos baldaŭ forĵetitaj (en sekcio 3 !).

ekziston de elementaj propozicioj” (Marques 2005, p. 24), kiuj konsistas nur el simplaj signoj. Temas pri signoj ligitaj al objektoj de la mondo, kaj kiuj ne postulas la komprenon de aliaj propozicioj. Ili estas nedependaj. “Nur en la elementaj propozicioj ekzistas simplaj signoj kiel objektoj; enestas en ĉiuj aliaj propozicioj elementoj, kiuj portas al ili semantikajn kontribuadojn, kiuj implicas la determinon de ver-kondiĉoj de aliaj propozicioj” (samverke, p. 25).

La postulato de elementaj propozicioj kaj de simplaj signoj estas necesa por la difino de la tuta sistemo. Se ne ekzistas elementaj propozicioj, do la propozicioj estas kompleksaj, sekve svagaj: ne eblas precize determini iliajn valorojn kiel ‘jes’ aŭ ‘ne’: “realo devas, pere de propozicio, esti limigita je jes aŭ ne. Por tio, ĝi [realo] devas esti plene priskribita de ĝi [propozicio].”^(4.023) Sekve, tiuj signoj estas nepraj, se oni volas determini sencon: “La postulato de la eblo de simplaj signoj estas la postulato de la determineblo de la senco.”^(3.23)

Simplaj signoj aŭ nomoj estas “lingvaj elementoj, tute senaj je ia ajn priskriba enhavo, funkciaj nur kaj ekskluzive kiel anstataŭantoj aŭ reprezentantoj, en la lingvo, de la objektoj de realo” (Marques 2005, p. 25). Nomoj nur indikas objektojn, ili ne priskribas aŭ karakterizas objektojn (t.e. nomo ne estas ellaborata surbaze de ecoj de la objekto). Elementaj propozicioj kaj simplaj signoj estas teoriaj postulatoj. Temas pri granda teoria konstruo, do ankaŭ la lingvo, kiun konsistigas tiaj propozicioj, estas teoria konstruo, “tiom klare reprezentante ĉiujn aferojn, ke estos preskaŭ neeble trompiĝi” (ĉi tion proponis Kartezio en sia letero al Mersenne – vidu Descartes 1987; Zilah 1983).

Pro tio, la averto de Marques (2005, p. 28):

“La *Traktaĵaj* konceptoj ‘signifohava propozicio’ kaj ‘nomo’ rilatas al teoriaj postulatoj, kiujn oni devas akcepti, por ke ni povu, surbaze de la premisoj de *Traktaĵo*, kontentige trakti la lingvan signifecon; ili ne rilatas al lingvaj entoj ĉeestantaj en la propozicioj de ni traktataj ĉiutage. Ne estas en la ordinara lingvo propozicioj, kiujn ni povus karakterizi kiel elementajn, nek lingvaj signoj, kiuj respondas al la nomoj de *Traktaĵo*. Ĉiuj propozicioj, kiujn ni rekte traktas, entenas ver-kondiĉojn de aliaj propozicioj, kaj ĉiuj lingvaj signoj de ni uzataj por adresi objektojn posedas ankaŭ priskriban dimension. Sekve de tio, ĉiu provo prezenti ekzemplojn de elementaj propozicioj aŭ de nomoj estas nepre antaŭdestinita al malsukceso.”

(Do, la antaŭaj ekzemploj – de la hieraŭa vizito de bubalo en la luno, de organigramo, de skemo de aŭtobusa linio, kaj de tiuj faritaj de lignaĵisto aŭ de tajloro – estas nuraj helpiloj, pli-malpli taŭgaj por la kurantaj lingvoj, sed ne por la Wittgensteina propono. Ankaŭ ili estas “ŝtupetaro”, kiujn ni nun devas forĵeti.) Indas rimarkigi, ke ‘signo’ ne kongruas kun la Saussurea nocio (laŭ Farris s.d.). “Signo estas tio, kio estas sense perceptebla en simbolo”^(3.32), do ‘simbolo’ estas koncepto pli ampleksa: ĝi estas la signo (‘formo’) plus signifohava uzo (‘nocio’), kaj povas okazi, ke du malsimilaj simboloj havas komunan signon (§ 3.321).

En la alia sfero – en la sfero de realo – ligita al signo estas (simpla) objekto, kaj ankaŭ ĝi estas teoria. Laŭ Russell, kiam oni vidas kompleksaĵon, nia emo estas ĝin rigardi kiel *ununuran* objekton, kiun oni poste dismetas en partojn. “La balailo staras en la angulo” nur ŝajne estas elementa propozicio, ĉar la balailon oni povas dismeti en partojn (bastonon, harojn,...). “La taglibroj pravas, ke Wittgenstein ne alvenis al konkluda deci-

do pri la naturo de la simplaj objektoj. Li neniam prezentis nedubsencajn ekzemplojn de simplaj objektoj, sed nur asertis, ke ili devus ekzisti” (Buchholz 2009, p. 60-61).

Kiel montrate en tabelo 1, stato de aferoj estas bildigata de elementa propozicio, kaj la objektojn de la stato de aferoj anstataŭas signoj, aŭ nomoj. Nu, “se signifohava propozicio plenumas funkcion de bildo, do la kondiĉoj plenumendaj por konsistigi bildon devas validi ankaŭ, ŝanĝinte la ŝanĝendaĵojn, por la konsistigo de propozicioj” (Marques 2005, p. 24). Sekve, validas ĉi tie distingo simila al tiu ekzistanta inter la funkcioj de bildo kaj de elemento: “situacioj ne estas nomataj de propozicioj, sed priskribataj; objektoj, siavice, estas denotaciaj de nomoj, sed ne priskribataj” (samverke, p. 26).

4. Iom pri la ontologio de *Traktaĵo*

Kiel antaŭe menciite, la ontologio de *Traktaĵo* estas tia, ke ĝi priskribas realon konforma al la bilda konceptado de lingvo. Fakte, Russell kaj la frua Wittgenstein defendis la ideon de samformeco (izomorfio) inter la kaŝita logika strukturo de la lingvo kaj la strukturo de la realo. Kiam entuziasma leganto malfermas la libron, granda demandosigno aperas en lia/ŝia menso jam ĉe la unua aserto: “La mondo estas ĉio, kio estas la okazo” ⁽¹⁾. Marques samopinias: “la ontologia tezo, per kiu komenciĝas *Traktaĵo* ŝajnas, je la unua legado, ekstreme enigmeca” (2005, p. 31). Ni bezonas plu legi por ekkompreni, kion celas Wittgenstein:

“La mondo estas la tuto de la faktoj, ne de la aferoj.” ^(1.1) “Ĉar la tuto de la faktoj determinas, kio estas la okazo, kaj ankaŭ ĉion, kio ne estas la okazo.” ^(1.12) “La faktoj en la logika spaco estas la mondo.” ^(1.13) “Kio estas la okazo, la fakto, estas la ekzisto de statoj de aferoj.” ⁽²⁾

Ke la mondo estas la tuto de la faktoj, kaj ne de la aferoj, tio signifas, ke gravas ne la aferoj/aĵoj izolitaj, sed ili kun siaj kunligoj. Fakte, aferoj ne ekzistas eksterkuntekste. Ankaŭ alproprigo de vortoj/konceptoj ĝenerale okazas laŭkuntekste; per multeco de situacioj/scenoj, en kiuj iu aĵo enestas, ni hipotezas ĝian signifon kaj en iu momento alvenas al konkludo pri ĝi kaj ĝin abstraktigas: ‘Bonvolu doni al mi glason da akvo’, ‘Petro rompis la glason’, ‘La glaso staras sur la tablo’, ‘Mi lavas la glasojn nun’, ‘Ni enŝrankigu la glasojn’ ktp. (vidu bildon 3). Pro tio ankaŭ ĉiu homo, laŭ sia sperto kaj ankaŭ laŭ sia kultura fono, povas malsimile bildigi al si iun signon (uzante la Wittgensteinajn terminojn, ni povas diri, ke al signo – formo – estas ligitaj malsimilaj simboloj – nocioj). Ekzemple, ‘seĝo’ povas elvoki multajn malsimilajn ‘seĝoj’-n ĉe malsimilaj aŭdintoj/legintoj. En iuj kulturoj, ‘hundo’ povas elvoki ideon pri ‘amiko de homo’, en aliaj, ideon pri ‘malpureco’ (Farris s.d.).

Stato de aferoj estas aro de aferoj kaj iliaj kunligoj. Ne nur “estas esence por iu afero, ke ĝi povu esti parto de stato de aferoj” ^(2.011) – ja objekto estas ĉiam imagata kun siaj ligoj – sed ĉiuj eblaj kunligoj jam enestas en la afero: “ni povas neniel pensi pri spacaj objektoj ekster la spaco, pri tempaj objektoj ekster la tempo, tiel ankaŭ ni povas pensi pri *neniu* objekto ekster la eblo de ties ligo kun aliaj” ^(2.0121); la kunligeblo estas la *formo* de la objekto (§ 2.01, 2.012, 2.0141). Ĉi tie ni povas pensi pri la spaca formo de iu aĵo, kiel bolkruĉo: ĉiuj ĝiaj uz-ebloj jam estas en ĝi (eĉ se ni aŭ la fabrikisto de la bolkruĉo neniam antaŭe pensis pri ili): kompreneble ni povas uzi ĝin por boligi akvon, sed ankaŭ por fari sonojn per perkutado – aŭ blovante en ĝin –, aŭ uzi ĝin kiel florvazon,

aŭ por konservi en ĝi aliajn aferojn ktp. Sed la *formo* aludata de Wittgenstein povas esti pli profunda kaj abstrakta: la logika formo, la formo en la logika spaco; ankaŭ la kunligeblaj devas esti logikaj – tio ĉi devas akordiĝi kun la nepra komuneco de la logika formo inter bildigo kaj realo.



Bildo 3 – Pluraj faktoj, en kiuj partoprenas la afero 'glaso'.

Pro la postulato de la determineblo de la senco, ligitaj al simplaj signoj devas ekzisti simplaj objektoj, kiuj estas la substanco de la mondo. Tiuj objektoj estas konstantaj, neŝanĝemaj – ni rimarkas, ke Wittgenstein adoptas esencisman vidpunkton: li kredas, ke ekzistas ia neŝanĝema esenco en la mondo, kaj ĉiu kompleksaĵo povas esti malkomponita en simplajn objektojn, kaj tiel same ĉiu diraĵo pri kompleksaĵoj povas esti dismetita en elementajn propoziciojn. Fakte, ne nur la objekto estas neŝanĝema, sed ĝi estas la neŝanĝemaĵo: “la firmaĵo, la neŝanĝemaĵo kaj la objekto estas unu”^(2.027); ke la aferoj ŝanĝiĝas en la mondo, tio okazas, ĉar nestabilaj kaj ŝanĝemaj estas la aranĝoj, la kunligadoj de la stabilaj objektoj – ni memoru, ke ĉiuj tiuj ebloj de kunligado jam estas en la simplaj objektoj mem: ankaŭ tiuj *ebloj* estas parto de la esenco neŝanĝema de la objektoj, nur la efektivigo aŭ ĉeso de ligoj okazigas novajn aranĝojn (§ 2.02, 2.0202, 2.0271).

5. Elementaj propozicioj, statoj de aferoj, logika spaco

Ni konsideru la subajn asertojn:

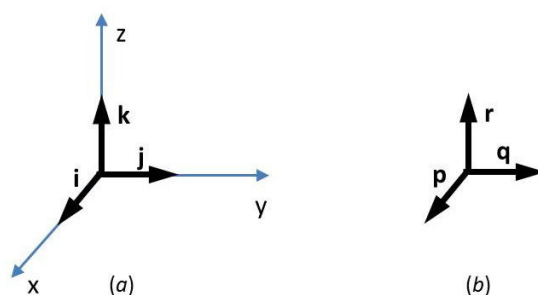
“La statoj de aferoj estas nedependaj unuj de la aliaj.”^(2.061) “De la ekzisto aŭ neekzisto de iu stato de aferoj oni ne povas konkludi pri la ekzisto aŭ neekzisto de alia.”^(2.062) “Propoziciojn, kiuj havas neniun komunan argumenton de vero, ni nomas reciproke nedependaj. Du elementaj propozicioj donas unu al la alia probablon $\frac{1}{2}$. [...]”^(5.152) “El elementa propozicio, neniun alian oni povas dedukti.”^(5.134) “Propozicio estas ver-funkcio de elementaj propozicioj. (Elementa propozicio estas ver-funkcio de si mem.)”⁽⁵⁾

La unua grupo de asertoj, (§ 2.061, 2.062) rilatas al realo; la ceteraj koncernas propoziciojn (lingvon). Eblus ankoraŭ aldoni al ĉi-lastata grupo la sekvantajn asertojn: (§ 4.4, 4.41, 5.3). Elementaj propozicioj respondas al statoj de aferoj, kaj ilian samformecon montras komparo de aserto (§ 2.061) kun (§ 5.152). Ĉi tiuj alineoj krome informas pri nedependeco de tiuj fundamentaj entoj (stato de aferoj estas fundamentaj en realo, elementaj propozicioj estas fundamentaj en lingvo); la deklaro pri probablo $\frac{1}{2}$ estas alia maniero diri la samon, ĉar elementa propozicio povas esti (V) aŭ (M), kun la

sama probablo $\frac{1}{2}$, kaj alia elementa propozicio ne influas sur tiun rezulton. Konsekvenco de la nedependeco estas ĝuste tio, ke unu stato de aferoj / elementa propozicio ne konigas informojn pri alia stato de aferoj / elementa propozicio. Tion diras (§ 2.062) kaj (§ 5.134), kaj komparo kun vektora spaco ebligas pli bonan komprenon: se ni konsideras tridimensian spacon, surbaze de la nedependeco de la ortaj ununormaj vektoroj **i**, **j** kaj **k**, eblas difini vektorojn, kiuj povas esti dismetitaj en linearajn kombinaĵojn de la ununormaj vektoroj:

$$\mathbf{m} = a \mathbf{i} + b \mathbf{j} + c \mathbf{k}, \quad (1)$$

kaj tiun rezonadon oni povas etendi al pli granda nombro da dimensioj. Simile oni povas pensi pri logika spaco, kie estas multaj elementaj propozicioj (ĉi tie, tri propozicioj: *p*, *q* kaj *r*). Vektoroj kaj elementaj propozicioj malsamas en tio, ke ĉi-lastaj povas havi nur *valorojn* (V) aŭ (M), kaj per tio ili direktiĝas pozitiv- aŭ negativsence (sed la ‘sagoj’ restas ĉiam samlongaj). Ĉiuj kompleksaj propozicioj estas kombinaĵoj de tiu bazo (bildo 4).



Bildo 4 – Bazo: a) tridimensia vektora spaco; b) tridimensia logika spaco.

La analogio inter la vektora kaj la logika spacoj ebligas interpreti aliajn *Traktaĵajn* asertojn: “Propozicio determinas lokon en la logika spaco. La ekzisto de tiu logika loko estas garantiata tutsimple pro la ekzisto de la konsistigantaj partoj, pro la ekzisto de sencohava propozicio.”^(3.4) Do, en maniero simila al loko okupata de aĵo en spaco, aŭ al daŭro de afero (‘loko okupata de objekto en tempo’), ankaŭ propozicio determinas lokon, aŭ formon, en la logika spaco. Tiu logika formo de la propozicio koincidas kun la formo de la reprezentata stato de aferoj (se la propozicio estas elementa) aŭ de la reprezentata situacio (se la propozicio estas kompleksa). Plie:

“Kvankam propozicio povas determini nur unu lokon en la logika spaco, pere de ĝi jam devas esti donita la tuta logika spaco. [...] (La logika skafaldo ĉirkaŭ la bildo determinas la logikan spacon. Propozicio atingas la tutan logikan spacon.)”^(3.42)

Ankaŭ tion mi interpretas per analogio: la ento ‘vektoro’ implicas ekziston de vektora spaco. Same en la fizika spaco: se mi konsideras bolkruĉon, ne eblas eltondi nur la spacon de ĝi okupata. Eĉ se teorie oni tion faras, ĉirkaŭanta spaco ĉiam ĉeestas. La ekzisto de eta aĵo neprigas la tutan spacon.

6. La perfekta lingvo

La streboj de Wittgenstein pri perfekta lingvo dialogas kun tiuj de Kartezio: difini ordon “por ĉiuj pensoj, kiuj povas eniri en la homan menson” (Descartes 1987; Zilah 1983), kaj ankaŭ la laboro de Lejbnico trovas en ĝi reeĥon (atomismo, algebro de pensado, blinda pensado). La ordigo serĉata de Wittgenstein ne estas, kiel ĉe Kartezio, simila al tiu de nombroj, sed ĝi havas similecon kun la difinoj de vektora spaco kaj de geometrio (ĝi ja estas ‘bilda’ konceptado de lingvo). La unua Wittgenstein, en maniero simila al tiu de kelkaj sciencistoj de la 17-a kaj 18-a jc., asertas ke la kuranta lingvo maskas la pensadon (§ 4.002).

Signoj (nomoj) estas arbitraj (§ 3.322, 3.342). Sed signo kaj objekto “ambaŭ havas la saman logikan formon. Tio signifas, ke la spaco de kunligebloj de la signo en elementaj propozicioj respondas al la spaco de kunligebloj de la objekto en situacioj en la realo. Nur tiu ĉi formala komuneco garantias la ekziston de la bildiga rilato.” (Marques 2005, p. 30.)

Ni antaŭe konsideris bolkruĉon kaj kelkajn el ties eblaj uzoj. En ĉiu el tiuj uzoj fariĝas ligoj de la bolkruĉo kun aliaj aĵoj/aferoj. La eblo de tiuj ligoj jam estas *en* ĝi, eĉ se neniam antaŭe tiu ligo estis efektive farita, eĉ se neniam antaŭe iu pensis pri ĝi. Tiuj ebloj okazas pro la formo de la bolkruĉo, kaj ankaŭ pro ties konsisto. Temas pri formo en la fizika spaco. Tiel same la formo de la objekto en la logika spaco jam havas *en si* ĉiujn logikajn kunligeblojn de la objekto. Kiel mi avertis antaŭe, bolkruĉo ne estas simpla objekto en la Wittgensteina senco, sed ĝi funkcias kiel konkreta helpilo, kiun nun ni devas abstraktigi.

La formo de simpla objekto en la logika spaco jam havas *en si* ĉiujn kunligeblojn kun aliaj objektoj. Simplaj objektoj estas senŝanĝaj, sed estigo kaj malestigo de kunligoj ebligas, ke situacioj en la mondo ŝanĝiĝu. Signo aŭ nomo anstataŭas simplan objekton en propozicio, kaj propozicio bildigas situacion. Bildo reprezentas situacion: la aranĝo de la elementoj de la bildo reprezentas la aranĝon de la aferoj, la manieron, kiel ĉiu afero estas rilate la aliajn; la ‘tentakloj’ aŭ ‘antenoj’ de la elementoj *iras* al realo, *tuŝas* ĝin (§ 2.15, 2.1515). Por ke la bildigo estu ebla, la logika formo de la bildo kaj la logika formo de realo devas esti la sama: “Bildo povas bildigi ĉiun realaĵon, kies formon ĝi havas” ^(2.171). Bonegan ekzemplon de *logika formo* prezentas Wittgenstein per aludo pri muziko:

“La gramofondisko, la muzika ideo, la skribado de notoj, la sonondoj, ĉiuj tenas inter si la saman internan bildigan rilaton, kiu ekzistas inter lingvo kaj mondo.

“La logika konstruo estas komuna al ĉiuj.” ^(4.014)

“Ke ekzistas ĝenerala regulo, pere de kiu la muzikisto povas elkapti la simfonion el la partituro, alia, pere de kiu oni povas devenigi la simfonion el la sulkoj de la disko kaj, laŭ la unua regulo, denove ekhavi la partituron, ĝuste en tio konsistas la interna simileco de tiuj aranĝoj, kiuj ŝajne estas tiom komplete malsimilaj. Kaj tiu regulo estas la regulo de projekciado, regulo, kiu projekcias la simfonion en la lingvon de notoj. Ĝi estas la regulo de traduko de la notoj en la lingvon de la gramofondisko.” ^(4.0141)

La nomo aŭ signo havas la samajn kunligeblojn de la simpla objekto de ĝi reprezentata. La konstruo estas tiel kohera, ke nur nomoj necesas por konsistigi elementan

propozicion: “Elementa propozicio konsistas el nomoj. Ĝi estas konekto, kunligo de nomoj.”^(4.22) “Nur nomoj – kaj ne signoj de alia naturo – konsistigas elementan propozicion.” (Marques 2005, p. 27.) Ni ne bezonas alispecajn signojn, ĉar ili estas tiel perfektaj, ke ne nur unuope ĉiu signo anstataŭas la koncernan objekton en la propozicio, sed ilia simpla kunmeto jam estigas ankaŭ la reprezentadon de la ligoj ekzistantaj inter la objektoj en la stato de la aferoj (ankaŭ laŭ §3.21). Cetere, “Nur la propozicio havas sencon; kaj nur en la kunteksto de la propozicio la nomo havas signifon”^(3.3). Jes, ĉar se la mondo konsistas el faktoj, ne el aferoj (§ 1.1), oni ne povas pensi pri izolitaj objektoj, ni povas pensi pri ili nur en kunligo kun aliaj objektoj, en kunteksto de statoj de aferoj aŭ situacioj: “Situacioj povas esti priskribataj, ne *nomataj*. (Nomoj estas kiel punktoj, propozicioj estas kiel sagoj, ili havas sencon.)”^(3.144) “Nenio estas nomo eksterpropozicie, ĉar ne eblas, laŭ *Traktaĵo*, adresi objekton sendepende de propozicia kunteksto.” “Nomoj ne ekzistas sendepende de propozicioj, objektoj ne ekzistas sendepende de faktoj.” (Marques 2005, resp. p. 29. kaj p. 32) Oni ordinare pensas, ke oni disponas multajn nomojn, konatajn eksterpropozicie, kiujn oni kombinas por formi propozicion. En direkto mala al tiu de normalprudento, en la doktrino de Wittgenstein propozicioj, ne nomoj, estas la “ĉefaj semantikaj datumoj” (samloke). Nomoj estas determineblaj per komparo inter pluraj propozicioj, en kiuj ili enestas. La nomo jam havas en si la tutaĵon de la ebloj de siaj ligoj, alivorte, la tutaĵon de la ebloj de aferoj en elementaj propozicioj. Tio difinas la logikan formon de la nomo (signo), kiu koincidas kun la logika formo de la objekto.

Ĉiuj elementaj propozicioj estas reciproke nedependaj kaj ili konsistigas bazon de la logika spaco; kompleksaj propozicioj, siavice, estas kombinaĵoj de elementaj propozicioj. Oni povas do malkomponi ilin kaj retrovi la elementajn propoziciojn: “Evidente ni devas, en la analizo de propozicioj, alveni al elementaj propozicioj, kiuj konsistas el nomoj en senpera ligo.”^(4.221) Matematikece, “Estas unu kaj nur unu kompleta analizo de la propozicio”^(3.25); ne estas duboj. Ĉio estas ankrita en firma grundo: la neŝanĝemaj fundamentaj entoj; propozicioj povas esti difinitaj nur je ‘jes’ aŭ ‘ne’. “Kion oni povas ĝenerale diri, tion oni povas *klare* diri”³.

7. Tamen pri ĉi tio ni povas nenion diri...

Alia grava punkto de la Wittgensteina pensado venas el la subaj eroj:

Tiun konekton de la elementoj de la bildo oni nomas ĉi ties strukturo; la eblon de tiu ĉi [strukturo] oni nomas ties formo de bildigo.^(2.15) Laŭ ĉi tiu vidpunkto, do, apartenas al la bildo ankaŭ la bildiga rilato, kiu igas ĝin bildo.^(2.1513) La bildiga rilato konsistas en interrilatigoj de la elementoj de la bildo kaj de la aferoj.^(2.1514) Kion bildo devas havi komune kun realo, por kapabli ĝin bildigi laŭ sia maniero – ĝuste aŭ malĝuste –, tio estas ĝia formo de bildigo.^(2.17) Bildo povas bildigi ĉiun realaĵon, kies formon ĝi havas.^(2.171) Ĉiu bildo, kia ajn estas ĝia formo, devas komune havi kun realo, por ke ĝi iel povu – ĝuste aŭ malĝuste – ĝin bildigi, la logikan formon, t.e. la formon de realo.^(2.18)

³ Wittgenstein 2010, p. 130-131 (Antaŭvorto de *Traktaĵo logika-filozofia*), mia elstarigo.

La formo de bildigo estas la maniero, laŭ kiu bildo fariĝas modelo de realo. Elementoj de la bildo elvokas objektojn de realo, la ligoj de tiuj elementoj elvokas la ligojn inter la objektoj. Ĝuste pro tio bildo estas bildo, tio estas, ĝi sukcesas estigi en la menso pensojn, komprenon pri situacio (ekzistanta aŭ ne), ĝi sukcesas prezenti kaj reprezenti ion, kio estas tute malsama al la bildo mem. Foto de homo ne estas tiu homo, partituro ne estas la muzikaĵo, rakonto pri heroaj agoj ne portas la heroojn kaj ties aventurojn en la ĉambron, kie la leganto estas. Sed ili ĉiuj kaŭzas enmensajn procezojn, kiuj kvazaŭigas la ĉeeston de la homo, de la sonandoj, de la gloravidaj herooj. Sed kiel tio okazas? Kiel klarigi al ni mem la elvokkapablon de bildo? Ni komprenas, ke estas misteraj fadenoj, tentakloj, antenoj inter nomoj kaj aferoj, kaj – mirige! – ni komprenas ne nur, ke *estas* tiuj fadenoj, tiuj rilatigoj, sed ni eĉ komprenas *ilin*! Sed kiel komprenigi al ni ilian funkciadon? Kiel per lingvo *diri*, kiel funkcias lingvo? Nu, “Sian formon de bildigo, tamen, bildo ne povas bildigi; ĝi ĝin montras” ^(2.172), “Propozicio ne povas reprezenti la logikan formon, tiu formo respeguliĝas en la propozicio. Kio respeguliĝas en la lingvo, tion ĝi ne povas reprezenti.” ^(4.121) Jen venas fundamenta distingo inter *diri* kaj *montri*. Pri multo ni tutsimple ne povas ion diri, ni kapablas nur montri. Kaj en la lasta linio de *Traktaĵo*, Wittgenstein avertas: “Pri kio oni ne povas paroli, pri tio oni devas silenti.” ⁽⁷⁾ Per tio li kritikas la tradician filozofion kaj ties demandojn kaj problemojn – metafizikajn, etikajn, estetikajn:

“La plejparto el la propozicioj kaj demandoj, kiujn oni formulis pri filozofiaj temoj, ne estas malveraj, sen sencaj. Pro tio, ni neniel povas respondi tiaspecajn demandojn, sed ni povas nur konstati ties sensecon. La plejparto el la demandoj kaj propozicioj de filozofoj devenas de tio, ke ni ne komprenas la logikon de nia lingvo. (Ili estas de la sama speco, kiel la demando, ĉu la bono estas pli aŭ malpli identa al la belo.) Kaj ne estas mirige, ke la plej profundaj problemoj *ne* estas efektive problemoj.” ^(4.003)

Gravas aldoni, ke de tia lingvokritiko naskiĝis analiza filozofio. Plie: “Ĉiuj propozicioj de logiko diras, tamen, la samon. Nome, nenion.” ^(5.43) Ĉar en logiko oni serĉas taŭtologiaĵojn kaj kontraŭdiraĵojn, kiuj estas ‘sencaj’: “Taŭtologio lasas al realo la tutan – senfinan – logikan spacon; kontraŭdiro plenigas la tutan spacon kaj lasas neniun punkton al realo. Pro tio, ili ambaŭ povas, neniel, determini realon.” ^(4.463) Wittgenstein ofte uzas esprimon ‘signifohava propozicio’, t.e. la vereco de la propozicio dependas de la ver-kondiĉoj de ties komponantoj: signifohava propozicio estas ebla, taŭgologiaĵo estas certa, kaj kontraŭdiraĵo estas neebla. Tamen, eĉ *dirante* nenion, propozicioj de logiko gravas, ĉar ion ili *montras*: “Propozicio montras tion, kion ĝi diras; taŭtologiaĵo kaj kontraŭdiraĵo, ke ili diras nenion [...]” ^(4.461)

Nun oni povas pli bone kompreni, kial Wittgenstein skribis, ke liaj propozicioj montriĝas ‘absurdaj’, se oni bone komprenas lin (§ 6.54): li mem provis ion diri pri nedireblaĵoj, li provis, ekzemple, klarigi la funkciadon de bildo kaj de bildigaj rilatoj. Sed la metodo de li elektita estis tion *diri*, por *montri* la absurdecon de la entrepreno.

8. Kiuj estas la limoj?

Wittgenstein *montras* ankaŭ, kiaj estas la limoj de la lingvo: ili estas la limoj de la logika bildigo, kaj “kio estas pensebla, tio estas ankaŭ ebla” ^(3.02). Sed bildo kaj realo havas la saman logikan formon: ebla situacio konsistas el pluraj statoj de aferoj, kaj en

ĉiu el ili estas ligoj inter objektoj; ĉiu elemento de la bildo estas ligita kun objekto, kiun ĝi anstataŭas en la bildo; inter la elementoj estas la samaj ligoj kiel inter la objektoj. Ekzistas, do, samformeco (izomorfio) inter bildo kaj realo, inter lingvo kaj mondo, simila al la samformeco inter partituro, sonondoj kaj muziko (kaj nuntempe ni povas ankaŭ enlistigi ciferecigitan sondokumenton). Se lingvo kaj mondo kunhavas la logikan formon, ili estas proporciaj. Pro tio, unu el la plej gravaj, ŝlosilaj asertoj de *Traktaĵo* estas: “*La limoj de mia lingvo* signifas la limojn de mia mondo”^(5.6). Uzo de pronomo *mia* tie ĉi estas rivela, kaj la aŭtoro mem klarigas pli poste: “Ke la mondo estas *mia* mondo, tio montriĝas en la jeno: la limoj de *la* lingvo (de la lingvo, kiun – nur ĝin – mi komprenas) signifas la limojn de *mia* mondo”.^(5.62) La originala teksto “Die Grenzen der Sprache (der Sprache, die allein ich verstehe) die Grenzen meiner Welt bedeutet” ebligas du interpretojn: a) “de la nura lingvo, kiun mi komprenas” kaj b) “de la lingvo, kiun, nur ĝin, mi komprenas”. El la konsultitaj tekstoj, nur Santos (2010) elektas la duan eblon. Ankaŭ Dietrich, p. 178-179 prezentas la du interpreteblojn: a) “der Sprache allein, die ich verstehe” kaj b) “der Sprache, die ich allein verstehe”, kaj argumentas favore al (a), aldonante, ke tiu ĉi aperas ankaŭ en la antaŭvorto de *Traktaĵo*, verkita de Russell. Laŭ mia kompreno, ne temas pri lingvo kiel Esperanto, la portugala, la germana aŭ la pola; ni povas paroli plurajn lingvojn (aŭ, pli precize, koni tranĉaĵojn de pluraj lingvoj), sed en nia menso funkcias *unu* lingvo, kiuj foje povas esti esprimata per unu el la ekzistantaj lingvoj. Temas pri la logika konstruo, kiu kuŝas sub ili ĉiuj, laŭ kiu funkcias nia menso, kaj kiu estas efektive la nura lingvo de ni komprenata kaj komprenebla.

Fernando Savater (en Álvarez, s.d.) per tri eroj klarigas la aserton pri la limoj de la lingvo kaj de la mondo:

“- la limoj de la mondo estas ankaŭ la limoj de logiko. Nenio povas esti nelogika, ĉar se tia ĝi estus, ĝi ne apartenus al la mondo;

“- la mondo estas mia mondo. Mi estas mia mondo;

“- lingvo estas komprenata kiel esence privata.”

Wittgenstein alvenas do al solipsismo – t.e. “tezo, ke nur mi ekzistas, kaj ĉiuj aliaj entoj (homoj kaj aferoj) estas nur ideoj miaj” (Abbagnano 1970, p. 885), aŭ “ekzistas nenia realo sendependa de la propra konscio” (Buchholz 2009, p. 42): la metafizika subjekto ne apartenas al la mondo, sed ĝi estas limo de la mondo (§ 5.632); tion ni povas pli bone kompreni per la metaforo de la okulo, kiu vidas la vidkampon, sed ne vidas sin mem (eĉ se ni rigardas en spegulon, ni ne vidas niajn okulojn, sed nur ties respegulitan bildon), kaj ankaŭ “nenio *en la vidkampo* ebligas konkludi, ke ĝi estas vidata de okulo”^(5.633). Nu, “Mi estas mia mondo. (La mikrokosmo.)”^(5.63)

9. Fina komento

En *Traktaĵo logika-filozofia*, Wittgenstein prezentas kritikojn al la provoj de filozofoj, dirante, ke la plejparto el la problemoj de filozofio ne estas fakte problemoj, sed miskomprenoj de la logiko de nia lingvo. Li do proponas teorian konstruon de perfekta lingvo bazita sur signoj neŝanĝemaj, kiuj reprezentas simplajn objektojn, ankaŭ ĉi tiuj teoriaj entoj de realo. Ĝi estas ekstrema provo de kongruigo inter enhavformo kaj realo. Per propozicioj oni ekhvas bildon, kaj la logika formo de la bildo estas la sama de realo. Pro tiu kongruo, eblas aserti, ke la limoj de mia lingvo estas la limoj de mia mondo.

La modelo estas kompleksa kaj samtempe limigita; la posta Wittgenstein mem forlasis la ideon trovi la kaŝitan strukturon de pensado kaj de lingvo kaj la provon ellabori perfektan lingvon. Li sin dediĉis al la ekzistantaj lingvoj kaj ties lingvaj ludoj. Lia teoria konstruo, tamen, estas grava por kompreno kaj disvolvo de lingvaj modeloj.

Bibliografio (rilate al la dua parto):

Abbagnano, Nicola 1970. Dicionário de filosofia 'Filozofia vortaro'. São Paulo [San-Paŭlo]: Mestre Jou. Tradukita en la portugalan sub kunordigado kaj reviziado de Alfredo Bosi.

Álvarez, Eliseo (sen dato; reĝisoro): La aventura del pensamiento 'La aventuro de la pensado'.

Ludwig Wittgenstein prezentata de Fernando Savater. Spektebla ĉe:

<<http://www.youtube.com/watch?v=tnm1GyVsLlA>>. Lasta vizito: 22 Jun. 2014.

Alves, Mauricio Silva 2013: Ludwig Wittgenstein: das proposições ao cotidiano 'Ludwig Wittgenstein: de la propozicioj al la ĉiutageco'. Magistra disertaĵo, prezentita en Post-Diploma Kurso pri Filozofio. Curitiba [Kuritiba]: Pontifícia Universidade Católica do Paraná [PUCPR, Pontifika Katolika Universitato de Paranao]. Temgvidanto: D-ro Bortolo Valle. Disponigata ĉe: <http://www.biblioteca.pucpr.br/tede/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=2564>. Lasta vizito: 04 Aŭg. 2014.

Buchholz, Kai 2009. Compreender Wittgenstein 'Kompreni Wittgenstein'. 2-a eld. Petrópolis: Vozes. (Série Compreender) Portugaligo de Vilmar Schneider.

Descartes, René 1987. Œuvres de Descartes [Verkoj de Kartezio]. Paris: Librairie Philosophique J. Vrin. (Publikigitaj de Charles Adam kaj Paul Tannery. Vol. 1: Correspondance 1 – avril 1622 - février 1638 'Korespondado 1 – Aprilo 1622 - Februaro 1638'.)

Dietrich, Rolf-Albert 1973: Sprache und Wirklichkeit in Wittgensteins Tractatus 'Lingvo kaj realo en la Wittgensteina *Traktaĵo*'. Tübingen: Niemeyer. (Ling. Arbeiten 'Serio Lingvistikaj Laboroj', 7.)

Farris, Michael (sen dato). Sintakso: strukturo de frazo aŭ vortgrupo. En: Morfologio kaj Sintakso. Kurso de RITE (Reta Instruista Trejnado ĉe Edukado.net) <<http://www.edukado.net>>.

5p. Lasta vizito: 26 Aŭg. 2012.

García, Pablo (reĝisoro) (sen dato). Grandes ideas de la filosofía – Filosofía analítica 'Grandaj ideoj de filozofio – Analiza filozofio'. Filmo (Sursceniganto: Tranquilo Producciones), spektebla ĉe <<http://www.youtube.com/watch?v=qY6T9NpDcdA>>. Lasta vizito: 22 Jun. 2014.

Margutti Pinto, Paulo Roberto 2010: Wittgenstein e a ética 'Wittgenstein kaj etiko'. Cult, Marto 2010. Legebla ĉe: <<http://revistacult.uol.com.br/home/2010/03/wittgenstein-e-a-etica/>>. Lasta vizito: 21 Dec. 2013.

Marques, Edgar 2005: Wittgenstein & o Tractatus 'Wittgenstein kaj la Traktaĵo'. Rio de Janeiro [Rio-de-Janeiro]: Jorge Zahar. (Filosofia passo-a-passo 'Serio Filozofio Paŝon post Paŝo', n. 60.)

Montalbetti, Mario. 3 ideas equivocadas en el lenguaje '3 misaj ideoj pri lingvo' (sen dato). Spektebla ĉe: <http://www.youtube.com/watch?v=XdP_dtBvtQo>. Lasta vizito la 22-an Jun. 2014. Aula abierta – Pontificia Universidad Católica del Perú 'Malferma klasĉambro – Pontifika Katolika Universitato de Peruo'.

Wittgenstein, Ludwig 1968. Tractatus logico-philosophicus 'Logika-filozofia traktaĵo'. São Paulo [San-Paŭlo]: Companhia Editora Nacional kaj Editora da Universidade de São Paulo. (Biblioteca Universitária, Série 1ª – Filosofia, v. 10 [Universitata Biblioteko, Serio 1-a – Filozofio, v. 10.) Portugallingva traduko de José Arthur Gianotti. La libro inkluzivas enkondukan studon de la tradukinto (p. 1-47) kaj traduknotojn (p. 131-134).

_____. 2002: Tratado lógico-filosófico / Investigações filosóficas 'Traktaĵo logika-filozofia / Filozofiaj esploroj'. 3-a eld. Lisboa [Lisbono]: Fundação Calouste Gulbenkian [Fondaĵo Calouste Gulbenkian]. xxxviii + 611p. La libro inkluzivas antaŭvorton de la tradukinto (p. v-vii) kaj komentojn pri la *Traktaĵo*, de J. Tiago de Oliveira (p. ix-xxxv).

_____. 2005: Tractatus logico-philosophicus ‘Traktaĵo logika-filozofia’. 10-a eld. Project Gutenberg [Projekto Gutenberg]. Elŝutebla ĉe:

<<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/gu005740.pdf>>. Lasta vizito: 07 Sept. 2014.

_____. 2010: Tractatus logico-philosophicus ‘Traktaĵo logika-filozofia’. 3-a eld., 2-a represo. São Paulo [San-Paŭlo]: Editora da Universidade de São Paulo [Eldonejo de Universitato de San-Paŭlo]. Dulingva teksto (germana-portugala); portugallingva traduko de Luiz Henrique Lopes dos Santos. La libro inkluzivas enkondukan studon de la tradukinto (p. 11-112), enkondukon de Bertrand Russell (p. 113-128) kaj la Traktaĵon (p. 129-281).

Wrigley, Michael 2010. Continuidade e descontinuidade na filosofia de Wittgenstein ‘Kontinueco kaj malkontinueco en la filozofio de Wittgenstein’. Traduko en la portugalan de Jairo J. da Silva. Cult, Marto 2010. Legebla ĉe: <<http://revistacult.uol.com.br/home/2010/03/filosofia-de-wittgenstein/>>. Lasta vizito: 21 Dec. 2013.

Zilah, Eugène de 1983. Letero de Kartezio pri Lingvo Internacia. Filozofia Revuo Simpozio. Florianópolis, v. 1, n-ro 1, Marto, p. 11-16. (La teksto enhavas la esperantlingvan version de la letero, p.11-13, kaj komentojn, p. 14-16).

APENDICO: TRADUKO DE KELKAJ EROJ DE *TRAKTAĴO LOGIKA-FILOZOFIA*, DE LUDWIG WITTGENSTEIN

Tiujn ĉi tradukojn mi faris por apogi mian rezonadon dum la farado de la laboraĵo. Estas pluraj mankoj en ili; certe ili estas plibonigendaj. Mi lasas ilin kiel apendicon, ĉar mi ne trovis esperantan version de *Traktaĵo logika-filozofia*, do eble ili povos utili al aliaj homoj. Kelkaj komentoj miaj aperas interkrampe.

- 1 [Vidu sekcion 1.]
- 1.1 La mondo estas la tuto de la faktoj, ne de la aferoj.
- 1.12 Ĉar la tuto de la faktoj determinas, kio estas la okazo, kaj ankaŭ ĉion, kio ne estas la okazo.
- 1.13 La faktoj en la logika spaco estas la mondo.
- 2 Kio estas la okazo, la fakto, estas la ekzisto de statoj de aferoj.
- 2.01 La stato de aferoj estas ligo de objektoj (aĵoj, aferoj). [En la germana teksto aperas interparenteze: *Sachen, Dingen.*]
- 2.011 Estas esence por iu afero, ke ĝi povu esti parto de stato de aferoj.
- 2.012 Nenio estas hazarda en logiko: se iu afero povas aperi en iu stato de aferoj, la eblo de la stato de aferoj jam devas anticipi enesti en ĝi.
- 2.0121 [...] Se aferoj povas aperi en statoj de aferoj, tio jam devas esti en ili.
[...] Same kiel ni povas neniel pensi pri spacaj objektoj ekster la spaco, pri tempaj objektoj ekster la tempo, tiel ankaŭ ni povas pensi pri *neniu* objekto ekster la eblo de ties ligo kun aliaj. Se mi povas pensi pri objekto en la ligo de la stato de aferoj, mi ne povas pensi pri ĝi ekster la *eblo* de tiu ligo.
- 2.0122 [...] (Estas neeble, ke vortoj aperu en du malsimilaj manieroj, solaj kaj en la propozicio.)
- 2.0141 La eblo de ties apero [de la objekto] en statoj de aferoj estas la formo de la objekto.
- 2.02 La objekto estas simpla.
- 2.0201 Ĉiun diraĵon pri kompleksaĵoj oni povas malkomponi en diraĵon pri la konsistigantaj partoj de tiuj kompleksaĵoj kaj en la propoziciojn, kiuj ilin plene priskribas.
- 2.027 La firmaĵo, la neŝanĝemaĵo kaj la objekto estas unu.
- 2.0271 La objekto estas la firmaĵo, la neŝanĝemaĵo: la aranĝo [de objektoj] estas la ŝanĝeblaĵo, la nestabilaĵo. [Aranĝo: G Konfiguration, A configuration, P configuração.]
- 2.0272 La aranĝo de la objektoj konsistigas la staton de aferoj.
- 2.034 La strukturo de la fakto konsistas el la strukturoj de la statoj de aferoj.
- 2.04 La tuto de la ekzistantaj statoj estas la mondo.
- 2.05 La tuto de la ekzistantaj statoj de aferoj ankaŭ determinas, kiuj statoj de aferoj ne ekzistas.
- 2.06 Ekzisto kaj neekzisto de statoj de aferoj estas la realo.

- (La ekziston de statoj de aferoj ni nomas ankaŭ pozitiva fakto; la neekziston, negativa fakto.)
- 2.061 La statoj de aferoj estas nedependaj unuj de la aliaj.
- 2.062 [Vidu sekcion 5.]
- 2.063 La tuta realo estas la mondo.
- 2.1 Ni bildigas la faktojn.
- 2.11 Bildo reprezentas la situacion en la logika spaco, la ekziston kaj la neekziston de statoj de aferoj.
- 2.12 Bildo estas modelo de realo.
- 2.13 Al objektoj respondas, en la bildo, la elementoj de la bildo.
- 2.14 [Vidu sekcion 2.]
- 2.141 Bildo estas fakto.
- 2.15 [Vidu sekcion 2.]
- 2.151 La formo de bildigo estas la eblo, ke la aĵoj estu unuj rilate la aliajn tiel, kiel la elementoj de la bildo.
- 2.1511 *Tiel* la bildo kunligiĝas kun realo: ĝi iras al realo.
- 2.1512 Ĝi estas kiel mezurilo surmetita sur realo.
- 2.15121 Nur la ekstremaj punktoj de la gradaraj linioj *tuŝas* la mezurotan [ĉu mezuratan?] objekton.
- 2.1513 Laŭ ĉi tiu vidpunkto, do, apartenas al la bildo ankaŭ la bildiga rilato, kiu igas ĝin bildo.
- 2.1514 La bildiga rilato konsistas en interrilatigoj [G Zuordnungen, P coordenações, correlações] de la elementoj de la bildo kaj de la aferoj.
- 2.1515 Tiuj kungrupigoj estas kvazaŭ tentakloj de la elementoj de la bildo, per kiuj ĝi tuŝas realon. [‘tentakloj’ por G Fühler, A feelers, P antenas; ankaŭ povas esti ‘antenoj’, sed laŭ mi tiu ĉi vorto pli ofte pensigas nin pri teknikaĵo – radioanteno, televidanteno, ol pri palporgano de bestoj, pro tio mi preferas vorton ‘tentaklo’.]
- 2.17 Kion bildo devas havi komune kun realo, por kapabli ĝin bildigi laŭ sia maniero – ĝuste aŭ malĝuste –, tio estas ĝia formo de bildigo.
- 2.171 Bildo povas bildigi ĉiun realaĵon, kies formon ĝi havas.
- Spaca bildo, ĉion, kio estas spaca; kolora bildo, ĉion, kio estas kolora ktp.
- 2.172 Sian formon de bildigo, tamen, bildo ne povas bildigi; ĝi ĝin montras.
- 2.18 [Vidu sekcion 7.]
- 2.181 Se la formo de bildigo estas la logika formo, la bildo nomiĝas logika bildo.
- 2.182 Ĉiu bildo estas *ankaŭ* logika. (Tamen ne ĉiu bildo estas, ekz., spaca bildo.)
- 3 La logika bildo de la faktoj estas la penso.
- 3.01 La tuto de la veraj pensoj estas bildo de la mondo.
- 3.02 Penso enhavas la eblon de la situacio, pri kiu ĝi pensas. Kio estas pensebla, tio estas ankaŭ ebla.
- 3.03 Ni ne povas ion nelogikan pensi, ĉar alie ni devus nelogike pensi.
- 3.144 Situacioj povas esti priskribataj, ne *nomataj*.
(Nomoj estas kiel punktoj, propozicioj estas kiel sagoj, ili havas sencon.)
- 3.2 En la propozicio, la penso povas esti esprimata en maniero, ke al objektoj de pensado respondas elementoj de la propozicia signo.
- 3.201 Mi nomas tiujn elementojn “simplaj signoj”; la propozicion, “plene analizita”.
- 3.202 La simplaj signoj uzataj en propozicio nomiĝas nomoj. [Nomo = simpla signo.]
- 3.21 Al la aranĝo de simplaj signoj en la propozicia signo respondas la aranĝo de objektoj en la situacio.
- 3.22 La nomo anstataŭas, en la propozicio, la objekton.
- 3.23 [Vidu sekcion 3.]
- 3.25 Estas unu kaj nur unu kompleta analizo de la propozicio.
- 3.3 [Vidu sekcion 6.]
- 3.318 Propozicion mi konceptas – kiel Frege kaj Russel – kiel funkcion de la esprimoj en

- ĝi enhavataj.
- 3.32 Signo estas tio, kio estas sense perceptebla en simbolo.
- 3.321 Du malsimilaj simboloj povas havi, do, komunan signon (skriban aŭ sonan ktp.) – ili nomas [denotacias] laŭ malsamaj manieroj.
- 3.322 [...] La signo estas, eksterdube, arbitra. [...]
- 3.342 Kvankam estas io arbitra en nia notacio, sed *la jeno* ne estas: *se* ni jam determinis ion arbitre, do io kroma devas esti la okazo. (Ĉi tio dependas de la *esenco* de la notacio.)
- 3.4 [Vidu sekción 5.]
- 3.42 [Vidu sekción 5.]
- 4 Penso estas signifohava propozicio.
- 4.001 La tuto de la propozicioj estas la lingvo.
- 4.002 Homo havas la kapablon konstrui lingvojn, per kiuj eblas esprimi ĉiun sencon, malhavante ideon pri kiel ĉiu vorto signifas, kaj kion ĝi signifas – kiel ankaŭ ni parolas ne sciante, kiel estas farataj la unuopaj sonoj.
- La kuranta lingvo estas parto de la homa organismo, kaj ne malpli komplika, ol ĝi.
- Estas home neeble elkapti el ĝi, senpere, la logikon de la lingvo.
- Lingvo estas vesto, kiu maskas la pensadon. Kaj, envere, en tia maniero, ke oni ne povas, surbaze de la ekstera formo de la vesto, koni la formon de la vestita penso; ĉar la ekstera formo de la vesto estis tajlita laŭ celoj tute malsimilaj, ol ke lasi rekoni la formon de la korpo.
- La silentaj interkonsentoj, kiuj permesas la komprenon de la kuranta lingvo, estas ege komplikaj.
- [En la kvara alineo, Wittgenstein uzas la verbon *schließen*: “Die Sprache verkleidet den Gedanken. Und zwar so, daß man nach der äußeren Form des Kleides nicht auf die Form des bekleideten Gedanken schließen kann (...)”. Solvoj trovitaj de tradukistoj estas: A “from the outward form of the clothing it is impossible to infer the form of the thought beneath it”; P “não se pode inferir, da forma exterior do traje, a forma do pensamento trajado” (trad. Santos); P “da forma exterior da roupa não se pode deduzir a forma do pensamento mascarado” (trad. Lourenço); P “não é possível concluir, da forma exterior da veste, a forma do pensamento vestido por ela” (trad. Gianotti). Komence mi uzis “oni ne povas inferenci el la ekstera formo de la vesto la formon de la vestita penso”, sed ĝin mi anstataŭigis per la nuna solvo.]
- 4.003 [Vidu sekción 7.]
- 4.0031 Ĉiu filozofio estas “lingvokritiko”. (Sed ne en la senco de Mauthner.) La merito de Russell konsistas en la montrado, ke la ŝajna logika formo de la propozicio povas ne esti ties reala logika formo.
- 4.01 [Vidu sekción 2.]
- 4.014 [Vidu sekción 6; kompletigas ĝin la suban interparentezan eron.]
- (Kiel, en la rakonto, la du junuloj, iliaj du ĉevaloj kaj iliaj lilioj. Ĉiuj estas, iasence, nur unu.)
- 4.0141 [Vidu sekción 6.]
- 4.023 Realo devas, pere de propozicio, esti limigita je jes aŭ ne.
- Por tio, ĝi [realo] devas esti plene priskribita de ĝi [propozicio].
- Propozicio estas priskribo de stato de aferoj.
- Kiel la priskribo de objekto ĝin priskribas per ties eksteraj proprecoj, tiel propozicio priskribas realon per ties internaj proprecoj.
- Propozicio konstruas mondon helpe de logika skafaldo, kaj pro tio oni bone povas vidi en la propozicio, *se* ĝi estas vera, kiel statas ĉio, kio estas logika.
- 4.024 Kompreni propozicion signifas scii, kio estas la okazo, se ĝi estas vera.
- (Sekve, oni povas ĝin kompreni, kaj ne scii, ĉu ĝi estas vera.)
- Oni komprenas propozicion, se oni komprenas ĝiajn konsistigantajn partojn.
- 4.025 La traduko de unu lingvo en alian ne funkcias tiel, ke ĉiu *propozicio* de unu estas

- tradukata en *propozicion* de la alia, sed oni tradukas nur la konsistigantajn partojn de la propozicio.
- (Kaj vortaro ne nur tradukas substantivojn, sed ankaŭ verbojn, adjektivojn, konjunkciojn ktp.; kaj traktas ilin ĉiujn sammaniere.)
- 4.12 Propozicio povas reprezenti la tutan realon, sed ĝi ne povas reprezenti, kion komunan ĝi devas havi kun realo, por esti kapabla ĝin reprezenti – la logikan formon.
- Por esti kapablaj reprezenti la logikan formon, ni devus nin situigi, kune kun la propozicio, ekster la logiko, t.e. ekster la mondo.
- 4.121 Propozicio ne povas reprezenti la logikan formon, tiu formo respeguliĝas en la propozicio.
- Kio respeguliĝas en la lingvo, tion ĝi ne povas reprezenti.
- Kio *mem* esprimiĝas en la lingvo, tion *ni* ne povas esprimi pere de ĝi [de la lingvo].
- Propozicio *montras* la logikan formon de realo.
- Ĝi konigas ĝin [la logikan formon].
- 4.22 Elementa propozicio konsistas el nomoj. Ĝi estas konekto, kunligo de nomoj.
- 4.221 Evidente ni devas, en la analizo de propozicioj, alveni al elementaj propozicioj, kiuj konsistas el nomoj en senpera ligo.
- Kaj ĉi tie stariĝas la demando, kiel estiĝas la propozicia ligo.
- 4.2211 Eĉ se la mondo estas senlime kompleksa, tiel ke ĉiu fakto konsistas el senlima kvanto da statoj de aferoj, kaj ĉiu stato de aferoj estas la kunmetaĵo de senlime multaj objektoj, eĉ tiel devus esti objektoj kaj statoj de aferoj.
- 4.23 Nomo aperas en la propozicio nur en la kunteksto de la elementa propozicio.
- 4.25 Se la elementa propozicio estas vera, do la stato de aferoj ekzistas; se malveras la elementa propozicio, do la stato de aferoj ne ekzistas.
- 4.26 Se ĉiuj elementaj propozicioj estas donitaj, la mondo estas plene priskribita. La mondo estas plene priskribita, se estas donitaj ĉiuj elementaj propozicioj, plus la indiko, pri kiuj el ili estas veraj, kaj kiuj estas malveraj.
- 4.4 La propozicio estas la esprimo de kongruo aŭ malkongruo kun la ebloj de vero de la elementaj propozicioj.
- 4.41 La ebloj de vero de elementaj propozicioj estas la kondiĉoj de vero kaj malvero de la propozicioj.
- 4.461 [Vidu sekción 7.]
- 4.462 Taŭtologio kaj kontraŭdiro ne estas bildoj de realo. Ili reprezentas nenian eblan situacion. Ĉar tiu akceptas *ĉiun* eblan situacion, tiu ĉi akceptas *neniun*. [...]
- 4.463 La kondiĉoj de vero determinas la movspacon, lasatan de propozicio al la faktoj.
- (Propozicio, bildo, modelo estas, en negativa senco, kiel solida korpo, kiu limigas la liberon de movo de la aliaj; en pozitiva senco, kiel la spaco limigita de solida substanco, kie estas loko por iu korpo.)
- Taŭtologio lasas al realo la tutan – senfinan – logikan spacon; kontraŭdiro plenigas la tutan spacon kaj lasas neniun punkton al realo. Pro tio, ili ambaŭ povas, neniel, determini realon.
- 5 Propozicio estas ver-funkcio de elementaj propozicioj.
- (Elementa propozicio estas ver-funkcio de si mem.)
- 5.134 El elementa propozicio, neniun alian oni povas dedukti.
- 5.152 [Vidu sekción 4.]
- 5.3 Ĉiuj propozicioj estas rezultoj de ver-operacioj sur elementaj propozicioj.
- [...]
- Ĉiu propozicio estas rezulto de ver-operacioj sur elementaj propozicioj.
- 5.43 Ke devas deveni de fakto *p* senfine multaj *aliaj*, nome $\neg p$, $\neg\neg p$ ktp., dekomence tio estas apenaŭ kredebla. Kaj ne malpli rimarkinda estas, ke la senfina nombro da propozicioj de logiko (de matematiko) sekvas de duondekduo da “bazaj leĝoj”.
- Ĉiuj propozicioj de logiko diras, tamen, la samon. Nome, nenion.

- 5.442 Se estas al ni donita porpozicion, *kun ĝi* jam estas ankaŭ donitaj la rezultoj de ĉiuj operacioj de vero, kiuj havas ĝin kiel bazon.
- 5.473 [...] Ni ne povas, iasence, trompiĝi en logiko.
- 5.55 [...] Elementa propozicio konsistas el nomoj. [...]
- 5.6 *La limoj de mia lingvo* signifas la limojn de mia mondo.
- 5.61 Logiko plenigas la mondon; la limoj de la mondo estas ankaŭ ĝiaj limoj.
En logiko, sekve, ni ne povas diri: ekzistas en la mondo ĉi tio kaj tio, alio ne.
Tio ŝajne antaŭsupozus, ke ni ekskludis kelkajn eblojn, kaj tio ne povas esti la okazo, ĉar, male, logiko devus transiri la limojn de la mondo: kvazaŭ oni povus observi tiujn limojn ankaŭ de la alia flanko.
Kion ni ne povas pensi, tion ni ne povas pensi; sekve, ni ankaŭ ne povas *diri* tion, kion ni ne povas pensi.
- 5.62 Tiu rimarko donas la ŝlosilon por decido pri la demando, ĝis kiu grado solipsismo estas vero.
Kion solipsismo *celas signifi*, tio estas tute ĝusta; ĝi nur ne lasas esti dirata, sed montras sin.
Ke la mondo estas *mia* mondo, tio montriĝas en la jeno: la limoj de *la* lingvo (de la lingvo, kiun – nur ĝin – mi komprenas) signifas la limojn de *mia* mondo.
- 5.632 La subjekto ne apartenas al la mondo, sed ĝi estas limo de la mondo.
- 5.633 Kie *en* la mondo oni povas rimarki metafizikan subjekton?
Vi diras, ke tie ĉi ĉio okazas kiel ĉe okulo kaj vidkampo. Sed la okulon vi vere *ne* vidas.
Kaj nenio *en la vidkampo* ebligas konkludi, ke ĝi estas vidata de okulo.
- 5.63 Mi estas mia mondo. (La mikrokosmo.)
- 6 La ĝenerala formo de ver-funkcio estas: $[p, \xi, N(\xi)]$.
Tio ĉi estas la ĝenerala formo de propozicio.
- 6.54 Miaj propozicioj klarigas tiamaniere: kiu komprenas min, tiu je la fino rekonas ilin sensecaj, post kiam li/ŝi tra ili – per ili – super ilin supreniris. (Li/ŝi devas, por tiel diri, ĵeti for la ŝtupetaron, post kiam li/ŝi sur ĝin supreniris.)
Oni devas superi tiujn propoziciojn, kaj tiam oni ĝuste vidos la mondon.
- 7 Pri kio oni ne povas paroli, pri tio oni devas silenti.

Ricevita 2014-09-21

Adreso de la aŭtoro: Ivan Eidt Colling, Dep. pri Elektra Inĝenierarto, Politekniko, Federacia Universitato de Paranao, A. Cel. Francisco H. dos Santos 210, Jardim das Américas, 81531-970-Curitiba, PR, Brazilo. iecolling@yahoo.com.br

Summary

In *Tractatus Logico-Philosophicus*, Ludwig Wittgenstein criticises the attempts of philosophers, by saying that the majority of the problems of philosophy are not really problems, but misunderstandings of the logic of our language. According to him, all philosophy is a critique of language; he then proposes a theoretical construction of a perfect language based on unchangeable signs, which represent simple objects – also these simple objects are unchangeable idealised entities of reality. The combinations among signs represent the combinations among objects, and the proposition is the base of the language. Complex propositions represent situations of reality; they are composed of elementary propositions. Through the proposition one receives a picture, and the logic form of the picture is the same as that of reality. So, reality and the form of content are congruent. If language and world both have the same logical form, they are proportional; this is a way to understand Wittgenstein's assertion "the limits of my language mean the limits of my world".

Am Anfang war Ada. Frauen in der Computergeschichte. 2. September 2015 bis 10. Juli 2016, Heinz Nixdorf MuseumsForum, Fürstenallee 7, 33098 Paderborn

Bereits 100 Jahre vor der Erfindung des Computers verfasste die Tochter eines berühmten romantischen Dichters eine Schrift, die heute als das erste Programm der Computergeschichte bezeichnet wird. Ada Lovelace wurde vor 200 Jahren am 10. Dezember 1815 in London als Tochter von Lord Byron und der britischen Aristokratin Anne Isabella Milbanke geboren.

Ihr Leben und Werk bilden den Mittelpunkt der Ausstellung, die sich jedoch nicht auf Ada Lovelace beschränkt, sondern zahlreiche weitere Pionierinnen präsentiert, die bis heute die Entwicklung der Informationstechnik wesentlich vorangebracht haben.

Die Besucher erleben auf 700 Quadratmetern in spannenden Inszenierungen, unter welchen Bedingungen Ada Lovelace ihre Leistungen vollbrachte, in einer Zeit, die Frauen von technischer und naturwissenschaftlicher Bildung fernhielt und gesellschaftliche Barrieren ihr Handeln stark reglementierten.

So wird deutlich, wie Ada Lovelace in Zusammenarbeit mit Charles Babbage ein Programm für dessen nie gebaute mechanische Rechenmaschine Analytical Engine entwickelte, das sie zur Ikone der Informationstechnik werden ließ. Mit ihrem Kampf gegen Konventionen, ihren wegweisenden Überlegungen zur Programmierung und den visionären Ideen einer universell einsetzbaren Rechenmaschine steht sie heute stellvertretend für viele Frauen, denen eine gleichwertige Anerkennung bisher versagt blieb.

Eine Abteilung widmet sich den Frauen, die in Deutschland, England und den USA maßgeblich an mathematischen Berechnungen und Entschlüsselungsarbeiten beteiligt bzw. für die Programmierung des ersten elektronischen Computers ENIAC verantwortlich waren.

Den drei Pionierinnen der Software Grace Hopper, Mary Allen Wilkes und Adele Goldberg ist eine weitere Abteilung gewidmet. Für die globalen und digitalen Fortschritte der letzten Jahrzehnte stehen Christiane Floyd – 1978 erste Informatik-Professorin in Deutschland –, Nadia Magnenat-Thalmann und die 1979 geborene Maker- und Open-Source-Aktivistin Limor Fried.

Die Lebensgeschichten sind in die gesellschaftlichen und sozialhistorischen Zeitläufte eingeordnet, sodass die Ausstellung auch einen wesentlichen Einblick in das Frauenbild und den Wertewandel der letzten anderthalb Jahrhunderte bietet.

Eine multimediale Inszenierung im Eingangsbereich, der nachempfundene Salon aus der Zeit von Ada Lovelace sowie zahlreiche Medienstationen und „Hands-On“ lassen den Ausstellungsbesuch zum Erlebnis werden.

Blick in die Ausstellung: LINC- Computer



<http://www.hnf.de/ausstellungen/ada-lovelace.html>

Oficialaj Sciigoj de AIS
Akademio Internacia de la Sciencoj San Marino
Fondita en la Respubliko de San Marino

Prezidanto: OProf. Hans Michael Maitzen, Inst. f. Astronomie, Türkenschanzstr. 17, AT-1180 Wien

Informofico: OProf. R. Fössmeier, informo@ais-sanmarino.org, www.ais-sanmarino.org

Postbank Hannover IBAN DE19 2501 0030 0002, BIC PBNKDEFF

Redakcia respondexo: OProf. Dr. Reinhard Fössmeier

Finredakto: 2015-10-04

Protokolo de la 66-a kunsido de la senato de AIS (la 60-a post la oficialigo de AIS fare de la Konsilio de la XII, la 69-a post la fakta eklaboro) okazinta la 2015-08-31 en Rimini, CER-ES, Via Briolini 48D. 10h15–12h00.

Ĉeestantoj: Profesoroj Hans Michael Maitzen, Reinhard Fössmeier, Günter Lobin, Carlo Minnaja, Renato Corsetti. Gasto (ne dum la decidoj pri alvokoj): Profesoro Davide Astori.

(1) *Formalaĵoj.* OProf. Maitzen kiel prezidanto gvidas la kunsidon. La senato estas kvoruma. La vicsenatanoj Corsetti, Minnaja kaj Lobin anstataŭas OProf. Poláková, Quednau kaj Wickström. La senato decidas la tagordon evidentiĝantan el tiu ĉi protokolo.

La senato konfirmas jenajn retajn decidojn.

- AIS aŭspicias la verkon „Historio de la esperanta literaturo“ (Minnaja, Silber). (2015-04-30)
- Ĉar mankas al AIS la personaj rimedoj por okazigi plenprograman Sanmarinecan Universitatan Sesion (SUS) en 2015, la senato aplikas tiurilatan decidon faritan dum SUS 32 (2011) kaj nuligas la ĉi-jaran SUS-on. Anstataŭe en Rimini (IT) okazu kunveno de la ĜA kaj de la SubS-membraro. (2015-06-12)

(2) *Elektaj.* La senato decidas, ke la elektoj de novaj prezidanto, vicprezidanto, trezoristo, sekretario kaj direktoroj de la ekzamenofico okazu rete, se ankaŭ la nova senato konsentos pri tio.

(3) *Alvokoj kaj rangoaltigoj.* La senato decidas alvoki jenajn kolegojn kiel ordajn profesorojn: Davide Astori, Duncan Charters, Michele Gazzola, Federico Gobbo.

(4) *Studadsesioj kaj ekzamenoj.* Se konkretiĝos la eblo havi tre favorprezan sesiejon en Bolonjo (IT) en 2016, AIS konsideru tie kaj tiam okazigi sesion.

(5) *Diversaĵoj.* La senato proponas al la ĜA duonigi la rezervon por la kotizoj de la dumvivaj membroj por adapti ĝin al ties demografia strukturo.

La senato subtenas la proponon de la profesoroj

Gazzola kaj Wickström pri somera interlingvistika universitato kaj proponas, ke ĝi enhavu sekcion pri praktika scienca terminologio, kiu donu al ne-interlingvistoj okazon prezenti la terminologion de sia fako.

La sekva kunsido de la senato okazu dum la sekva preleg- aŭ studadsesio de AIS aŭ, se necese, laŭ invito de la prezidanto. Ĝis tiam la senato faru necesajn decidojn per reta voĉdonado.

Rimini, 2015-08-31

Hans Michael Maitzen, prezidanto

Reinhard Fössmeier, protokolanto

Protokolo de la Asembleo de la Subtena Sektoro de AIS San Marino, kunveninta en Rimini (IT), CER-ES, via Briolini 48D.

Kunsidtempo: Lundo, 2015-08-31, 16:00–16:25

(1) *Formalaĵoj.* La asemblea kunveno okazas laŭ la kunsidregularo; pro la daŭro de la ĜA-kunveno ĝi komenciĝas malfrue. La invito estis dissendita ĝustatempe kaj -forme. Neniu pridubas la kvorumecon. La kunsidon malfermas kaj gvidas OProf. Maitzen; la protokolon verkas OProf. Fössmeier. La sola laborlingvo estas ILo.

(2) *Raportoj, senŝargigo.* Ankoraŭ ne disponeblas revizora raporto. Same kiel la ĜA la asembleo senŝargigas la estraron nur je la kondiĉo, ke ĝis la fino de septembro estu pozitiva raporto de la revizoroj.

(3) *Aku-kurzo.* La valoro de la Aku restu 65 eŭroj.

(4) *Proponoj* decidendaj ne estas.

(5) La *elekto* de nova estraro estas prokrastata al la sekva kunveno. La nuna estraro provizore plu deĵoras.

(6) *Diversaĵoj:* La sekva kunsido okazu je la sekva studad- aŭ prelegsesio de AIS.

Rimini, 2015-08-31

H. M. Maitzen, kunsidestro

R. Fössmeier, protokolanto

Protokolo de la 42-a Ĝenerala Asembleo de la Scienca Sektoro de AIS okazinta en Rimini (IT), CER-ES, via Briolini 48D.

Kunsidtempo: Lundo, 2015-08-31, 14:15–16:00

(1) *Formalaĵoj.* La kunveno okazas laŭ la kunsidregularo. La kunsidon gvidas prezidanto OProf. Maitzen; la protokolon verkas OProf. Fössmeier. La kunveno estas aŭtomate kvoruma, ĉar ĝi elektas novan senaton. En la tagorda ero 8 okazis decidoj pri du proponoj, kiuj evidentiĝas el tiu ĉi protokolo.

(2) *Ĝenerala raporto.* OProf. Maitzen raportas kiel prezidanto. La kongresa universitato AIS-IKU kadre de la Universala Kongreso de Esperanto en Lillo okazis tre sukcese kun neatendite granda interesularo.

AIS aŭspiciis la ĵus aperintan verkon “Historio de la esperanta literaturo” de C. Minnaja kaj G. Silber.

Je 2015-08-30, la tago antaŭ la ĜA-kunsido, AIS aranĝis preleg-sesion pri la temo “lingvo kaj scienca komunikado”, al kiu alvenis dek unu kontribuoj. OProf. Maitzen dankas al la profesoroj Fössmeier kaj Konnerth pro la organizado.

La senato alvokis kvar novajn plenrajtajn membrojn, do ordajn profesorojn: Davide Astori, Duncan Charters, Michele Gazzola kaj Federico Gobbo.

AIS ricevis oferton de favorkondiĉa sesiejo en Bolonjo (IT). La nuna senato rekomendas al la nova esplori la eblon tie okazigi stud- aŭ prelegsesion en 2016.

Financa raporto. La trezoristo OProf. Wickström dissendis la bilancon de 2014 kaj raportas tra reta konekto, ke la revizoroj ankoraŭ ne trovis komunan daton por la kontrolo de la librotenado. Tiu kontrolo okazos ankoraŭ en septembro 2015.

La trezoristo plu raportas, ke la nombro de la subtenaj membroj draste malaltiĝis, precipe ĉar la orient-eŭropa sekcio de la Subtena Sektoro perdis la bazon de sia varbado. AIS tial devas serĉi novajn vojojn por financi sian agadon.

(3) *Senŝarĝigo.* OProf. Lobin proponas senŝarĝigi la senaton je la kondiĉo, ke ĝis la

fino de septembro estu pozitiva raporto de la revizoroj. La ĜA unuanime akceptas.

(4) *Adaptado de la regularo.* Tiu temo estas lasata al la nova senato. La ĜA rekomendas nomumi komisiiton pri la temo.

(5) *Elektaj.* La ĜA decidas, ke en la senato por 2016–2019 estu kvin senatanoj, kaj elektas la profesorojn Gazzola, Gobbo, Maitzen, Wandel kaj Wickström. Por kompletigi la senaton ĝi elektas ses vicsekatanojn en jena vicordo: Charters, Minnaja, Pennacchietti, Quednau, Corsetti, Lobin.

(6) *Buĝeto.* Ĉar AIS ne planas eventojn kun signifaj spezoj, la spezokalkulo 2014 servas kiel buĝeto.

(7) *Decidoj pri ŝanĝoj en la agado kaj strukturo de AIS.* Lasata al la nova senato.

(8) *Decidoj pri proponoj el ero 1.* Laŭ senata propono el tagordero 1 la ĜA unuanime decidas duonigi la financon rezervon por la kotizoj de la dumvivaj membroj, pro ties aĝostrukturo.

Laŭ propono de la trezoristo el tagordero 1 la ĜA unuanime, je unu sindeteno, decidas ne enkasigi la kotizeton de 2015. En la retejo de AIS aperu alvoko subteni la akademion per donacetoj. Por 2016 la senato proponu pli bonan solvon de la kotizata problemo.

(9) *Diversaĵoj.* PDoc. Dr. Butan raportas, ke la rumana ministerio pri edukado agnoskis ŝian AIS-doktorecon, kies tezon ŝi brile defendis ĝuste antaŭ 20 jaroj, en septembro 1995.

Rimini, 2015-08-31

H. M. Maitzen, kunsidestro

R. Fössmeier, protokolanto

Protokoll zur Mitgliederversammlung der AIS – Internationale Akademie der Wissenschaften (Akademio Internacia de la Sciencoj San Marino) e. V. am Montag, dem 31. August 2015, im CER-ES, via Briolini 48D, Rimini (Italien).

Beginn 14:15 Uhr, Ende 16:00 Uhr.

Sitzungsleitung: Prof. Dr. Hans Michael Maitzen. **Protokoll:** Dr. Reinhard Föbmeier.

1. *Formalien.* Die Einladung zur Versammlung erfolgte form- und fristgerecht, die Beschlussfähigkeit wird nicht angezweifelt. Alle anwesenden effektiven und Fördermitglieder sind stimmberechtigt. Die Sitzung leitet Herr Professor Maitzen als Präsident des Vereins, mit der Führung des Protokolls wird Herr Fössmeier betraut. Es liegen zwei Anträge vor; mit entsprechender Erweiterung wird die Tagesordnung aus der Einladung vom 12. Juni 2015 einstimmig angenommen. Die Anträge lauten:

- Aufgrund der veränderten Altersstruktur der lebenslangen Mitglieder wird die Rückstellung für ihre laufenden Beiträge halbiert.
- Für das Jahr 2015 wird der symbolische Beitrag von 0,1 Aku (6,50 €) nicht erhoben.

Professor Wickström als Schatzmeister ist über Telefon zugeschaltet und hat seine Stimme an ein persönlich anwesendes Mitglied übertragen.

2. *Allgemeiner Bericht, Kassenbericht.* Prof. Maitzen berichtet als Präsident, dass die Kongressuniversität beim 100. Esperanto-Weltkongress in Lille ein großer Erfolg mit unerwartet hoher Teilnahme war. Laut Beschluss des UEA-Vorstandes werden die AIS-IKU-Kurse künftig vollständig im Kongressgebäude stattfinden.

Das Werk „Historio de la esperanta literaturo“ (Geschichte der Esperanto-Literatur) von Carlo Minnaja und Giorgio Silfer ist unter der Schirmherrschaft der AIS erschienen.

Am Tag vor der Mitgliederversammlung veranstaltete die AIS zusammen mit der AIS Rumänien eine Tagung zum Thema „lingvo kaj scienca komunikado“ (Sprache und wissenschaftliche Kommunikation), zu der elf Beiträge eingingen. OProf. Maitzen dankt Prof. Fössmeier und Prof. Konnerth für die Organisation.

Der Senat hat vier neue Vollmitglieder berufen: Davide Astori, Duncan Charters, Michele Gazzola und Federico Gobbo.

Der Schatzmeister, Professor Dr. Bengt-Arne Wickström, erläutert telefonisch seinen Kassenbericht für 2014. Ein Termin für die Kassenprüfung war bisher leider nicht möglich, wird jedoch bis Mitte September stattfinden.

3. *Entlastung.* OProf. Lobin schlägt vor, den Vorstand unter dem Vorbehalt zu entlasten, dass bis Ende September ein Bericht der Kassen-

prüfer ohne nennenswerte Beanstandungen vorliegt. Der Antrag wird bei Enthaltung des Vorstandes ohne Gegenstimmen angenommen.

4. *Anpassung der Regularien.* Dieses Thema wird dem neuen Vorstand zur Bearbeitung überlassen. Ihm wird empfohlen, einen Beauftragten für das Thema zu bestellen.

5. *Wahlen.* Die Versammlung beschließt, dass der Vorstand für 2016–2019 aus fünf Mitgliedern bestehen soll, und wählt dazu die Professoren Michele Gazzola, Federico Gobbo, Hans Michael Maitzen, Amri Wandel und Bengt-Arne Wickström. Zur Vervollständigung werden sechs stellvertretende Vorstandsmitglieder in folgender Nachrückreihenfolge gewählt: Duncan Charters, Carlo Minnaja, Fabrizio A. Pennacchietti, Hans Dietrich Quednau, Renato Corsetti, Günter Lobin.

6. *Wirtschaftsplan 2015.* Da keine Maßnahmen mit größeren Einnahmen oder Ausgaben geplant sind, wird die E/A-Rechnung 2014 als Wirtschaftsplan fortgeschrieben.

7. *Entscheidungen über Änderungen in der Tätigkeit und der Struktur der AIS.* Das Thema wird analog zu Punkt 4 dem neuen Vorstand überlassen.

8. *Anträge aus TOP 1.*

- a) Die Rückstellung für die laufenden Beiträge der lebenslangen Mitglieder wird halbiert. Einstimmig angenommen.
- b) Für das Jahr 2015 wird der symbolische Beitrag von den Nicht-Fördermitgliedern nicht erhoben; stattdessen bittet der Verein in seinem Netzauftritt um Unterstützung durch freiwillige Spenden. Einstimmig bei einer Enthaltung angenommen.

9. *Verschiedenes.* PDoc. Dr. Butan berichtet, dass ihr Doktorat, dessen Prüfung vor genau 20 Jahren im September 1995 stattfand, vom rumänischen Ministerium für Erziehung anerkannt wurde.

Rimini, 2015-08-31

Hans Michael Maitzen, Versammlungsleiter
Reinhard Fössmeier, Protokollführer